*Revista Eletrônica*

# TAPERÁ AERODESIGN

*Volume 3 – Número 1 - 2023*

# Metodologia de Desenvolvimento do Diagrama v-n de Manobras e Rajadas, de uma Aeronave Leve Monomotora Operando em Regime Subsônico de Voo, Fundamentado na FAR Part 23, Subpart C

**Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues**
**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**
luizeduardo@ifsp.edu.br

**Resumo**

Este artigo apresenta a metodologia para o desenvolvimento e traçado do diagrama v-n de manobras e rajadas de uma aeronave leve monomotora, utilizando os requisitos presentes nas normas regulamentadoras "Regulamento Brasileiro de Aviação Civil" - RBAC n˚23 e "Federal Aviation Regulation" - FAR Part 23.

**Palavras-chave**

Aerodinâmica, Desempenho de Aviões, Fatores de Carga, Diagrama v-n.

## 1 – Introdução

O presente artigo tem por finalidade explicitar toda a metodologia utilizada para o desenvolvimento do envelope de voo de uma aeronave leve monomotora, consolidado através do cálculo e traçado do diagrama v-n de manobras e rajadas.

A metodologia empregada foi fundamentada de maneira teórica e técnica a partir dos requisitos estabelecidos no Regulamento Brasileiro de Aviação Civil - RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.321, §23.333, §23.335, §23.337 e §23.341 que representam as mesmas informações contidas na norma regulamentadora "Federal Aviation Regulation" - FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 321, Sec. 333, Sec. 335, Sec. 337 e Sec. 341.

Tanto a Norma FAR Part 23 quanto o regulamento RBAC n˚23, definem os requisitos de aeronavegabilidade para aviões de categoria normal, utilidade, acrobática e transporte regional, e, os parágrafos citados fornecem os requisitos necessários para a determinação dos fatores de carga, velocidades de projeto e para o desenvolvimento do diagrama v-n de manobras e rajadas consolidando o envelope de voo da aeronave.

O objetivo do presente artigo é apresentar toda a metodologia que foi empregada para o desenvolvimento do diagrama v-n de manobras e rajadas da aeronave em estudo considerando as

instruções contidas nas normas supracitadas, além de apresentar análises e comentários a respeito dos resultados obtidos.



Figura 1 – Modelo da aeronave em estudo.

.

## 2 – Definições Sobre o Diagrama v-n de Manobras

O diagrama v-n de manobras e rajadas representa uma maneira gráfica para se verificar as limitações estruturais de uma aeronave em função das velocidades operacionais, cargas de rajadas e do fator de carga (n) ao qual o avião está submetido durante o voo, além de possuir também uma relação imediata entre o desempenho da aeronave e a análise estrutural uma vez que relaciona as velocidades operacionais com fatores de carga atuantes na estrutura.

O fator de carga é uma variável representada pela aceleração da gravidade, ou seja, é avaliado em "g's". Basicamente um fator de carga $n$ = 2 significa que para uma determinada condição de voo a estrutura da aeronave estará sujeita a uma força de sustentação dada pelo dobro do peso, e, segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.321*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 321***, o fator de carga de voo representa a relação entre a componente da força aerodinâmica perpendicular ao eixo longitudinal do avião (força de sustentação) e o peso da aeronave, sendo calculada de acordo com a Equação (1).

$$n = \frac{L}{W} \tag{1}$$

Para o início do desenvolvimento, buscou-se na literatura um modelo clássico apenas do diagrama v-n de manobras e posteriormente foi desenvolvido e incorporado ao diagrama de manobras um modelo

característico para as condições de rajadas. O exemplo típico do diagrama v-n de manobras pode ser observado na Figura 2.

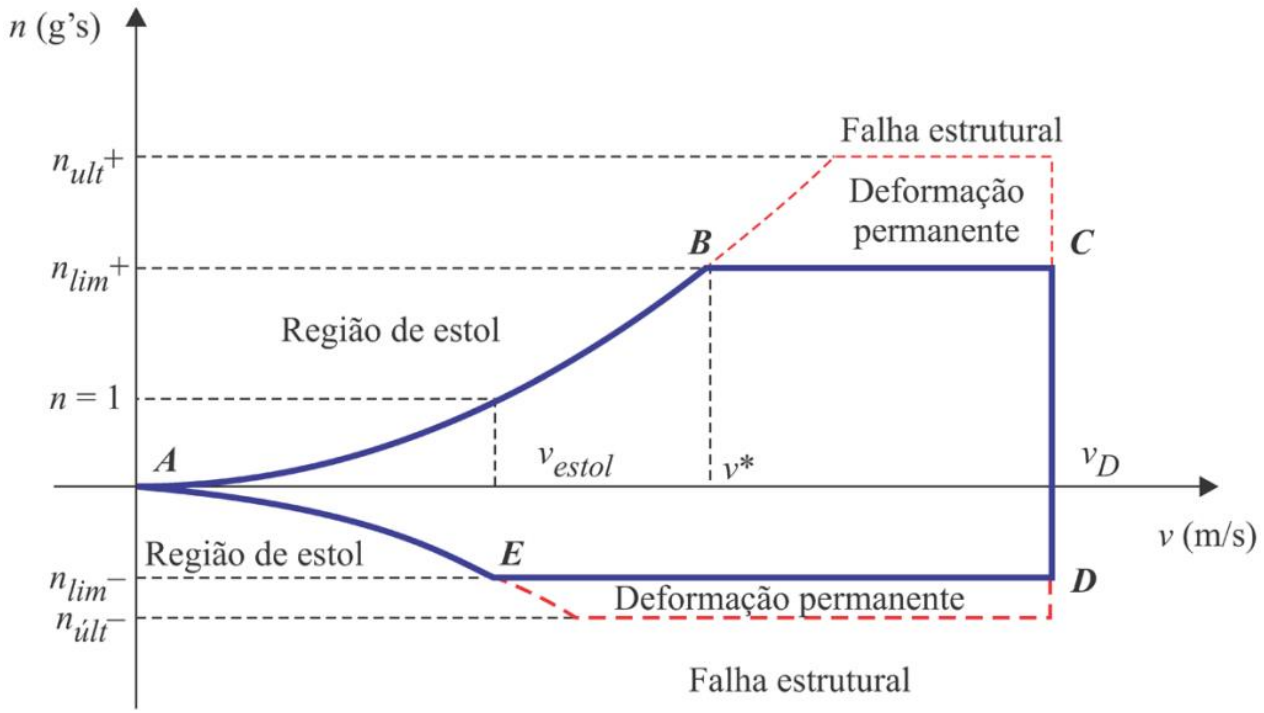



Figura 2 – Diagrama v-n de manobras típico de uma aeronave, [5].

Como primeiro aspecto a ser avaliado no diagrama v-n de manobras é importante citar que existem duas categorias de limitações estruturais que devem ser consideradas durante o projeto estrutural de uma aeronave.

**a) Fator de carga limite ($n_{lim}$):** Este é associado com a deformação permanente em uma ou mais partes da estrutura do avião. Caso durante um voo o fator de carga *n* seja menor que o fator de carga limite, a estrutura da aeronave irá se deformar durante a manobra, porém retornará ao seu estado original quando *n* = 1. Para situações onde *n* é maior que o fator de carga limite a estrutura irá se deformar permanentemente ocorrendo assim uma danificação estrutural, porém sem que ocorra a ruptura do componente.

**b) Fator de carga último ($n_{ult}$):** Este representa o limite de carga para que ocorra uma falha estrutural, caso o valor de *n* ultrapasse o fator de carga último, componentes da aeronave com certeza sofrerão ruptura.

O fator de carga limite depende do modelo e da função a qual a aeronave é destinada. Para as aeronaves em operação atualmente, a Tabela 1 pode ser utilizada como referência para se avaliar a faixa do fator de carga limite em função do tipo de aeronave.

Tabela 1 – Fatores de carga limite máximo e mínimo.

| **Modelo e aplicação** | $n_{pos}$ | $n_{neg}$ |
|---|---|---|
| Pequeno porte | $2,5 \leq n \leq 3,8$ | $-1 \leq n \leq -1,5$ |
| Acrobático | 6 | -3 |
| Transporte civil | $3 \leq n \leq 4$ | $-1 \leq n \leq -2$ |
| Caças militares | $6,5 \leq n \leq 9$ | $-3 \leq n \leq -6$ |

É importante perceber que os valores dos fatores de carga negativos são inferiores aos positivos, e a determinação dos fatores de carga negativos, representam uma decisão de projeto, que está refletida no fato que raramente uma aeronave voa em condições de sustentação negativa, e, como será apresentado no decorrer desse artigo, a norma utilizada recomenda que $n_{neg} \geq 0,4\ n_{pos}$.

O fator de carga é uma variável que reflete diretamente no dimensionamento estrutural da aeronave, dessa forma, percebe-se que quanto maior for o seu valor, mais rígida deve ser a estrutura da aeronave.

Para o projeto de uma aeronave dependendo de sua aplicação, é interessante obter a maior eficiência estrutural, ou seja, a aeronave mais leve que seja capaz de decolar com a maior carga paga possível, dessa forma, é interessante que o fator de carga seja o menor possível respeitando obviamente uma condição segura de voo e os requisitos mínimos estabelecidos nas normas regulamentadoras.

Porém é muito importante ressaltar que para baixos valores de fator de carga limite, o projeto estrutural deve ser muito bem calculado como forma de se garantir que a estrutura da aeronave suportará todos os esforços atuantes durante o voo. Também se recomenda que o fator de carga último seja 50% maior que o fator de carga limite.

Para o diagrama mostrado na Figura 2, a curva ***AB*** representa o limite aerodinâmico do fator de carga determinado pelo $C_{Lmáx}$, esta curva pode ser obtida pela solução da Equação (2) considerando o peso máximo da aeronave e o $C_{Lmáx}$ de projeto, portanto:

$$n_{máx} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{W} \tag{2}$$

Na Equação (2) percebe-se que uma vez conhecidos os valores de peso, área da asa, massa específica do ar e o máximo coeficiente de sustentação, é possível a partir da variação da velocidade encontrar o fator de carga máximo permissível para cada velocidade de voo, onde acima do qual a aeronave estará em uma condição de estol.

É importante notar que para um voo realizado com a velocidade de estol, o fator de carga *n* será igual a 1, pois como a velocidade de estol representa a mínima velocidade com a qual é possível manter o voo reto e nivelado de uma aeronave, tem-se nesta situação que $L = W$, e, portanto, o resultado da Equação (2) é $n = 1$, e assim, a velocidade na qual o fator de carga é igual a 1 pode ser obtida pela velocidade de estol da aeronave.

Um outro ponto muito importante no traçado do diagrama v-n de manobras e rajadas, é a determinação da velocidade de manobra da aeronave representada na Figura 2 por *v** e ao longo do desenvolvimento deste artigo por ($V_A$). Um voo realizado nesta velocidade com alto ângulo de ataque e $C_L = C_{Lmáx}$, corresponde a um voo realizado com o fator de carga limite da aeronave em uma região limítrofe entre o voo reto e nivelado e o estol da aeronave.

A velocidade de manobra intercepta a curva ***AB*** exatamente sobre o ponto ***B***, e define assim o fator de carga limite da aeronave. Acima da velocidade *v** a aeronave pode voar, porém com valores de $C_L$ abaixo do $C_{Lmáx}$, ou seja, com menores ângulos de ataque, de forma que o fator de carga limite não seja ultrapassado, lembrando-se que o valor de $n_{máx}$ está limitado pela linha ***BC***.

A velocidade de mergulho da aeronave representada por ($V_D$), limitada pela linha ***CD*** do diagrama, é considerada a velocidade mais crítica para a estrutura da aeronave, devendo ser evitada e jamais excedida, pois caso a aeronave ultrapasse essa velocidade, drásticas consequências podem ocorrer na estrutura, como por exemplo: elevadas cargas de rajada, comando reverso dos ailerons, flutter (instabilidade dinâmica) e ruptura de componentes.

Esta seção mostrou de maneira resumida os principais aspectos teóricos para o desenvolvimento do envelope de voo de uma aeronave.

## 3 – Requisitos Necessários para o Traçado do Diagrama v-n de Manobras e Rajadas

Conforme citado, os requisitos utilizados para o cálculo e traçado do diagrama v-n de manobras e rajadas da aeronave em estudo foram fundamentados nas normas regulamentadoras **Regulamento Brasileiro de Aviação Civil - *RBAC n°23 - Subpart C - Structure - §23.321, §23.333, §23.335, §23.337* e *§23.341*** e **“Federal Aviation Regulation” - *FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 321, Sec. 333, Sec. 335, Sec. 337* e *Sec. 341***.

Para o cálculo e traçado do envelope de voo da aeronave em estudo, fez-se necessário a determinação dos fatores de carga limite (positivo e negativo), dos fatores de carga último (positivo e negativo), da velocidade máxima, velocidade de estol, velocidade de manobra, velocidade de cruzeiro e velocidade de mergulho da aeronave, além do cálculo dos fatores de cargas de rajadas em função da variação de velocidades da aeronave.

Todos esses parâmetros foram determinados seguindo as recomendações das normas utilizadas, e o detalhamento desses requisitos estão apresentados a seguir.

**A) Fator de Carga Limite para Manobras (Positivo)**

Segundo, ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.337 (a) (1)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 337 (a) (1)***:

$$n_{lim+} = 2{,}1 + \left(\frac{24000}{W+10000}\right) \tag{3}$$

Segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.337 (a) (3)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 337 (a) (3)***, a norma diz que o fator de carga limite positivo não necessita ser maior que 3,8, portanto:

$$n_{lim+} = 3{,}8 \tag{4}$$

**B) Fator de Carga Limite para Manobras (Negativo)**

Segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.337 (b) (1)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 337 (b) (1)***, a norma diz que o fator de carga limite negativo não deve ser inferior a 40% do fator de carga limite positivo para aeronaves de categoria normal, portanto:

$$n_{lim-} = 0{,}4 \cdot n_{lim+} \tag{5}$$

**C) Fator de Carga Último para Manobras (Positivo e Negativo)**

Segundo Anderson [2], recomenda-se uma margem de 50% sobre o fator de carga limite, portanto:

$$n_{ult+} = 1{,}5 \cdot n_{lim+} \tag{6}$$

$$n_{ult-} = 1{,}5 \cdot n_{lim-} \tag{7}$$

**D) Velocidade Máxima**

A velocidade máxima de uma aeronave geralmente é determinada pelo projeto (aerodinâmico e de desempenho) e necessidades de mercado da empresa fabricante da aeronave.

**E) Velocidade de Estol, Sem Flapes ao Nível do Mar (Vs)**

Calculada de acordo com ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (c) (1) (i)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (c) (1) (i)***.

$$V_S = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot CL_{máx}}} \tag{8}$$

**F) Velocidade de Manobra ($V_A$)**

Determinada segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (c) (1) (i) (ii)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (c) (1) (i) (ii)***.

$$V_A = V_S \cdot \sqrt{n_{lim+}} \tag{9}$$

**G) Velocidade de Cruzeiro ($V_C$)**

Determinada segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (a) (1) (i) e (2)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (a) (1) (i) e (2)***.

$$V_C = 33 \cdot \sqrt{\left(\frac{W}{S}\right)} \tag{10}$$

Para uma carga alar maior do que 20 lbf/ft², o item (a) (2) da Sec.335 regulamenta que o fator multiplicativo (33) presente na equação para determinação de $V_C$ para aeronaves de categoria normal, decresce linearmente com a variação de W/S de (33) quando W/S=20 lbf/ft² até (28,6) quando W/S=100 lbf/ft².

**H) Velocidade de Mergulho ($V_D$)**

Determinada segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (b) (2) (i) e (3)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (b) (2) (i) e (3)***.

$$V_D = 1{,}4 \cdot V_C \tag{11}$$

Para uma carga alar maior do que 20 lbf/ft², o item (b) (3) da Sec.335 regulamenta que o fator multiplicativo (1,4) presente na equação para determinação de $V_D$ para aeronaves de categoria normal, decresce linearmente com a variação de W/S de (1,4) quando W/S=20 lbf/ft² até (1,35) quando W/S=100 lbf/ft².

**I) Velocidade para Máxima Intensidade de Rajada ($V_B$)**

Segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (d) (1) e (2)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (d) (1) e (2)***, a velocidade para máxima intensidade de rajada não pode ser menor que a $V_A$ nem maior que a $V_C$.

**J) Fatores de Carga de Rajadas**

São determinados segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.333 (c) (1) (i) e (ii) e §23.341 (c)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 333 (c) (1) (i) e (ii) e Sec. 341 (c)***.

Os subparágrafos (i) e (ii) da ***Sec. 333 (c) (1)***, determinam que:

(i) – Rajadas positivas e negativas de 50ft/s (15,24m/s) na $V_C$ devem ser consideradas entre o nível do mar e 20.000ft de altitude.

(ii) – Rajadas positivas e negativas de 25ft/s (7,62m/s) na $V_D$ devem ser consideradas entre o nível do mar e 20.000ft de altitude.

O equacionamento apresentado a seguir mostra as variáveis necessárias para a determinação dos fatores de cargas de rajadas tanto no sistema inglês bem como no sistema internacional de unidades.

Fatores de Carga de Rajadas em Unidades do Sistema Inglês.

$$n = 1 + \frac{K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot a}{498 \cdot (W/S)} \tag{12}$$

Fatores de Carga de Rajadas em Unidades do Sistema Internacional.

$$n = 1 + \frac{K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot a \cdot \rho}{2 \cdot (W/S)} \tag{13}$$

Para ambos os sistemas de unidades.

$$K_g = \frac{0{,}88 \cdot \mu_g}{5{,}3 + \mu_g} \tag{14}$$

$$\mu_g = \frac{2 \cdot (W/S)}{\rho \cdot \bar{c} \cdot a \cdot g} \tag{15}$$

## 4 – Desenvolvimento Analítico

Esta seção do presente artigo mostra toda a metodologia que foi empregada para o desenvolvimento do diagrama v-n de manobras e rajadas da aeronave em estudo considerando as instruções contidas nas normas citadas.

Para o desenvolvimento do diagrama v-n de manobras e rajadas da aeronave em estudo, inicialmente se fez necessário a determinação de alguns parâmetros aerodinâmicos do projeto que foram utilizados para a determinação dos fatores de carga e das velocidades operacionais da aeronave.

A Tabela 2 mostra os principais parâmetros geométricos da aeronave e o peso máximo de decolagem, variáveis fundamentais para a determinação do diagrama v-n.

Tabela 2 – Parâmetros Geométricos e Peso Máximo de Decolagem.

| Variável | Intensidade |
|---|---|
| Envergadura da Asa | 11m |
| Corda na Raiz Asa | 1,66m |
| Corda na Ponta da Asa | 1,16m |
| Massa Total de Decolagem | 1750kg |
| Aceleração da Gravidade | 9,81m/s² |
| Peso total de Decolagem | 17167,5N |

A partir dos parâmetros mostrados na Tabela 2, e com a aplicação do equacionamento proposto na Seção 3 do presente artigo, o desenvolvimento do diagrama v-n para manobras e rajadas da aeronave em estudo foi realizado de acordo com a metodologia apresentada a seguir:

**A) Área da Asa**

Para o início do cálculo, determinou-se a área da asa considerando para a mesma uma forma geométrica trapezoidal com envergadura de 11m, corda na raiz de 1,66m e corda na ponta de 1,16m, resultando em uma área em planta de 15,51m² conforme apresentado nas equações a seguir.

$$S = \frac{b \cdot (c_r + c_t)}{2}$$

$$S = \frac{11 \cdot (1{,}66 + 1{,}16)}{2}$$

$$S = 15{,}51\text{m}^2$$

**B) Alongamento**

Uma vez determinada a área da asa, calculou-se o alongamento através da equação característica representada pela razão entre o quadrado da envergadura e a área da asa, resultando em um alongamento de 7,80.

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

$$AR = \frac{11^2}{15{,}51}$$

$$AR = 7{,}80$$

**C) Relação de Afilamento**

A relação de afilamento foi determinada através da razão entre a corda na ponta e a corda na raiz, resultando em 0,698, parâmetro este que foi utilizado na determinação da corda média aerodinâmica e na correção da curva *cl* versus *α* do perfil para a asa finita.

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r}$$

$$\lambda = \frac{1{,}16}{1{,}66}$$

$$\lambda = 0{,}698$$

**D) Corda Média Aerodinâmica**

A corda média aerodinâmica e sua posição em relação a raiz da asa foram determinadas a partir do equacionamento apresentado a seguir, que relaciona a corda na raiz, a relação de afilamento e a envergadura da asa.

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot c_r \cdot \left( \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \right)$$

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot 1{,}66 \cdot \left( \frac{1 + 0{,}698 + 0{,}698^2}{1 + 0{,}698} \right)$$

$$\bar{c} = 1{,}424\text{m}$$

$$\bar{y} = \frac{b}{6} \cdot \left( \frac{1 + (2 \cdot \lambda)}{1 + \lambda} \right)$$

$$\bar{y} = \frac{11}{6} \cdot \left( \frac{1 + (2 \cdot 0{,}698)}{1 + 0{,}698} \right)$$

$$\bar{y} = 2{,}586\text{m}$$

**E) Coeficiente Angular da Curva *cl* x *α* do Perfil**

De forma a obter as características aerodinâmicas da asa finita, primeiramente se determinou o coeficiente angular da curva *cl* versus α do perfil aerodinâmico utilizado na aeronave em estudo. A curva característica está apresentada na Figura 3, e como referência de cálculo, foram utilizados dois valores característicos de *cl* e *α* na parte linear do gráfico. Os valores utilizados foram $\alpha_2 = 5^\circ = 8{,}72\text{x}10^{-2}$rad e $\alpha_1 = 2{,}5^\circ = 4{,}36\text{x}10^{-2}$rad, que correspondem respectivamente a $cl_2 = 1$ e $cl_1 = 0{,}65$.

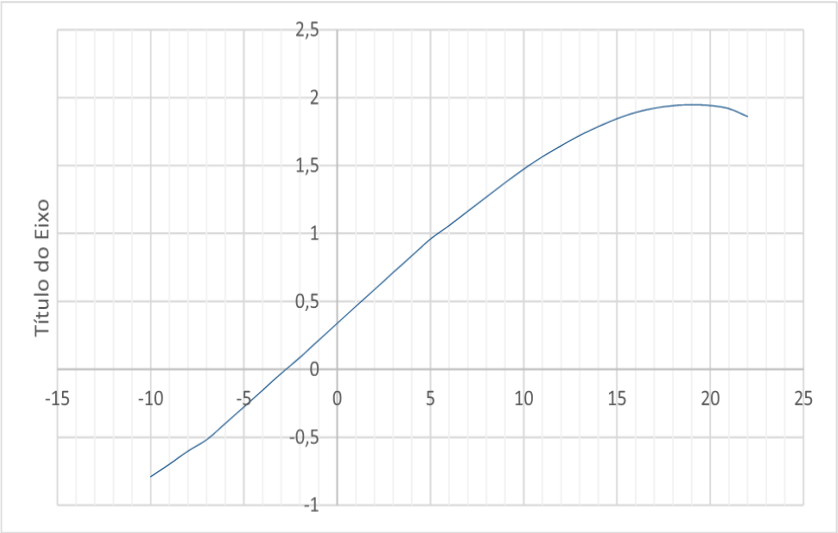



Figura 3 – Coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque para o perfil aerodinâmico utilizado na aeronave em estudo.

A partir dos parâmetros apresentados, o coeficiente angular da curva *cl* versus $\alpha$ para o perfil foi determinado segundo recomendações de Anderson [1] e Rodrigues [5], com a aplicação das equações apresentadas a seguir.

$$a_0 = \frac{d_{cl}}{d_\alpha} = \frac{cl_2 - cl_1}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

$$a_0 = \frac{d_{cl}}{d_\alpha} = \frac{1 - 0{,}65}{8{,}72 \cdot 10^{-2} - 4{,}36 \cdot 10^{-2}}$$

$$a_0 = 8{,}027/\text{rad}$$

**F) Coeficiente de Sustentação Máximo do Perfil e ângulo de Estol**

Pela análise do gráfico também é possível verificar um coeficiente de sustentação máximo do perfil igual a 1,89, que ocorre em um ângulo de estol de 19˚.

$$cl_{máx} = 1{,}89$$

$$\alpha_{estol} = 19^{\circ}$$

**G) Fator de Eficiência de Envergadura da Asa**

De modo a realizar a correção da curva do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque do perfil para a asa finita, e estimar o coeficiente de sustentação máximo da asa, o primeiro ponto foi a determinação do fator de eficiência de envergadura da asa, que representa uma variável dependente do fator de arrasto induzido $\delta$ e da relação de afilamento $\lambda$. O valor do fator de arrasto induzido é

determinado a partir do gráfico da Figura 4, e, segue recomendações de Anderson [1]. Para uma relação de afilamento de 0,698 e um alongamento de 7,80, obteve-se um valor de *e*=0,965.

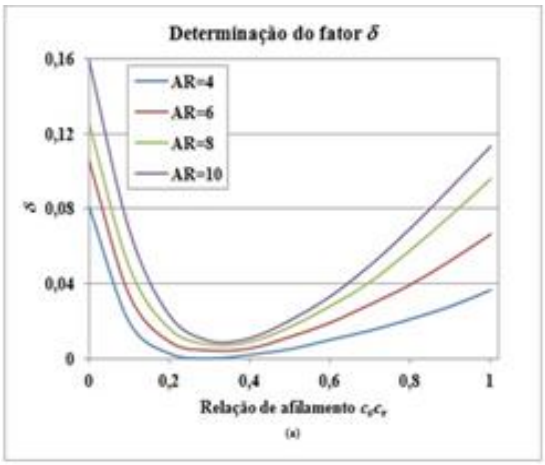



Figura 4 – Fator de Arrasto Induzido $\delta$.

$$e = \frac{1}{1+\delta}$$

$$e = \frac{1}{1+0{,}036}$$

$$e = 0{,}965$$

**H) Coeficiente Angular da Curva *CL* x α da Asa (Estimativa)**

O coeficiente angular da curva *CL* versus $\alpha$ para a asa finita foi determinado de acordo com o modelo proposto por Rodrigues [5], conforme equacionamento apresentado a seguir.

$$a = \frac{a_0}{1+\left(\frac{a_0}{\pi \cdot e \cdot AR}\right)}$$

$$a = \frac{8{,}027}{1+\left(\frac{8{,}027}{\pi \cdot 0{,}965 \cdot 7{,}80}\right)}$$

$$a = 5{,}992/\text{rad}$$

**I) Estimativa de Redução Percentual do $CL_{máx}$ da Asa em Relação ao Perfil**

A partir da determinação do coeficiente angular da curva *CL* versus α para a asa finita, foi realizada uma estimativa do coeficiente de sustentação máximo da asa finita através de um método de redução percentual em relação às características do perfil. Neste ponto do presente relatório, cabe a ressalva que um valor mais próximo do real será obtido quando efetivamente a curva for traçada com exatidão pela equipe de desenvolvimento aerodinâmico do projeto.

$$R = \frac{a}{a_0}$$

$$R = \frac{5{,}992}{8{,}027}$$

$$R = 0{,}746$$

Como se pode observar, houve uma redução de 25,4% em relação ao coeficiente angular da curva do perfil, portanto o $CL_{máx}$ da asa é aproximado por:

$$CL_{máx} = R \cdot cl_{máx}$$

$$CL_{máx} = 0{,}746 \cdot 1{,}89$$

$$CL_{máx} = 1{,}40$$

**J) Carga Alar**

Outro parâmetro importante para a determinação do diagrama v-n para manobras e rajadas de uma aeronave é a carga alar, que representa a razão entre o peso máximo de decolagem (W) e a área da asa (S). Esta relação é utilizada na determinação das velocidades de cruzeiro e mergulho da aeronave, bem como no cálculo dos fatores de carga de rajadas. Para a aeronave em estudo, a carga alar foi determinada de acordo com o equacionamento apresentado a seguir.

$$CA = \frac{W}{S}$$

$$CA = \frac{17167{,}5}{15{,}51}$$

$$CA = 1106{,}86\text{N/m}^2$$

$$CA = 23{,}117\text{lbf/ft}^2$$

**K) Fator de Carga Limite para Manobras (Positivo)**

A partir da determinação dos parâmetros geométricos e aerodinâmicos da aeronave, o desenvolvimento do diagrama v-n para manobras e rajadas tem seu início com a determinação do fator de carga limite positivo para manobras, e segundo, ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.337 (a) (1)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 337 (a) (1),*** tem-se que:

$$W = 17167{,}5\text{N}$$

$$W = 3859{,}407\text{lbf}$$

$$n_{lim+} = 2{,}1 + \left(\frac{24000}{W + 10000}\right)$$

$$n_{lim+} = 2{,}1 + \left(\frac{24000}{3859{,}407 + 10000}\right)$$

$$n_{lim+} = 3{,}83$$

Segundo ***RBAC n°23 - Subpart C - Structure - §23.337 (a) (3)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 337 (a) (3)***, a norma diz que o fator de carga limite positivo não necessita ser maior que 3,8, portanto, adotou-se para o projeto em estudo:

$$n_{lim+} = 3{,}8$$

**L) Fator de Carga Limite para Manobras (Negativo)**

Segundo ***RBAC n°23 - Subpart C - Structure - §23.337 (b) (1)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 337 (b) (1)***, a norma diz que o fator de carga limite negativo não deve ser inferior a 40% do fator de carga limite positivo para aeronaves de categoria normal, portanto, adotou-se para o projeto em estudo:

$$n_{lim-} = 0{,}4 \cdot n_{lim+}$$

$$n_{lim-} = 0{,}4 \cdot 3{,}8$$

$$n_{lim-} = -1{,}52$$

**M) Fator de Carga Último para Manobras (Positivo e Negativo)**

Segundo Anderson [2], recomenda-se uma margem de 50% sobre o fator de carga limite, portanto:

$$n_{ult+} = 1{,}5 \cdot n_{lim+}$$

$$n_{lim-} = 1{,}5 \cdot 3{,}8$$

$$n_{lim-} = 5{,}7$$

$$n_{ult-} = 1{,}5 \cdot n_{lim-}$$

$$n_{ult-} = 1{,}5 \cdot -1{,}52$$

$$n_{ult-} = -2{,}28$$

**N) Velocidade Máxima**

A velocidade máxima de uma aeronave geralmente é determinada pelo projeto e necessidades de mercado da empresa fabricante da aeronave. Para a aeronave em estudo, foi determinada uma velocidade máxima de 175,37knots ao nível do mar, correspondente a 1,1 da velocidade de cruzeiro, que deverá ser comprovada futuramente pela equipe de desempenho através do traçado das curvas de tração disponível e requerida em função da velocidade, portanto:

$$V_H = 175{,}37\text{knots}$$

$$V_H = 90{,}25\text{m/s}$$

**O) Estimativa da Velocidade de Estol, Sem Flapes ao Nível do Mar ($V_S$)**

A velocidade de estol foi estimada considerando-se o voo realizado ao nível do mar e na condição de flapes recolhidos, de acordo com ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (c) (1) (i)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (c) (1) (i)***, e o resultado obtido está mostrado no equacionamento a seguir.

$$V_S = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot CL_{máx}}}$$

$$V_S = \sqrt{\frac{2 \cdot 17167{,}5}{1{,}225 \cdot 15{,}51 \cdot 1{,}40}}$$

$$V_S = 35{,}92\text{m/s}$$

$$V_S = 69{,}79\text{knots}$$

**P) Velocidade de Manobra ($V_A$)**

A velocidade de manobra foi determinada segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (c) (1) (i) (ii)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (c) (1) (i) (ii)***, e o resultado obtido está mostrado no equacionamento a seguir.

$$V_A = V_S \cdot \sqrt{n_{lim+}}$$

$$V_A = 69{,}79 \cdot \sqrt{3{,}8}$$

$$V_A = 136{,}04\text{knots}$$

$$V_A = 70{,}01\text{m/s}$$

**Q) Velocidade de Cruzeiro ($V_C$)**

A velocidade de cruzeiro foi determinada segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (a) (1) (i) e (2)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (a) (1) (i) e (2)***.

$$V_C = 33 \cdot \sqrt{\left(\frac{W}{S}\right)}$$

Como a carga alar é maior do que 20 lbf/ft², o item (a) (2) da Sec.335 regulamenta que o fator multiplicativo (33) presente na equação para determinação de $V_C$ para aeronaves de categoria normal, decresce linearmente com a variação de W/S de (33) quando W/S=20 lbf/ft² até (28,6) quando W/S=100 lbf/ft², assim, calculou-se o coeficiente angular da função, obtendo-se um fator multiplicativo de 31,728, e a velocidade de cruzeiro calculada da aeronave em estudo está apresentada no equacionamento a seguir.

$$a = \frac{28{,}6 - 33}{100 - 20}$$

$$a = -0{,}055/(\text{lbf/ft}^2)$$

Portanto:

$$F_M = -0{,}055 \cdot \left(\frac{W}{S} - 20\right) + 33$$

$$F_M = -0{,}055 \cdot (23{,}117 - 20) + 33$$

$$F_M = 32{,}828$$

Assim a velocidade de cruzeiro será:

$$V_C = 32{,}828 \cdot \sqrt{\left(\frac{W}{S}\right)}$$

$$V_C = 32{,}828 \cdot \sqrt{(23{,}117)}$$

$$V_C = 157{,}83\text{knots}$$

$$V_C = 81{,}23\text{m/s}$$

**R) Velocidade de Mergulho ($V_D$)**

A velocidade de mergulho foi determinada segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (b) (2) (i) e (3)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (b) (2) (i) e (3)***.

$$V_D = 1{,}4 \cdot V_C$$

Como a carga alar é maior do que 20 lbf/ft², o item (b) (3) da Sec.335 regulamenta que o fator multiplicativo (1,4) presente na equação para determinação de $V_D$ para aeronaves de categoria normal, decresce linearmente com a variação de W/S de (1,4) quando W/S=20 lbf/ft² até (1,35) quando W/S=100 lbf/ft², assim, calculou-se o coeficiente angular da função, obtendo-se um fator multiplicativo de 1,385, e a velocidade de mergulho calculada da aeronave em estudo está apresentada no equacionamento a seguir.

$$a = \frac{1{,}35 - 1{,}4}{100 - 20}$$

$$a = -0{,}000625/(\text{lbf/ft}^2)$$

Portanto:

$$F_M = -0{,}000625 \cdot \left(\frac{W}{S} - 20\right) + 1{,}4$$

$$F_M = -0{,}000625 \cdot (23{,}117 - 20) + 1{,}4$$

$$F_M = 1{,}398$$

Assim a velocidade de mergulho será:

$$V_D = 1{,}398 \cdot V_C$$

$$V_D = 1{,}398 \cdot 157{,}83$$

$$V_D = 220{,}64\text{knots}$$

$$V_D = 113{,}55\text{m/s}$$

**S) Velocidade para Máxima Intensidade de Rajada ($V_B$)**

Segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.335 (d) (1) e (2)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 335 (d) (1) e (2)***, a velocidade para máxima intensidade de rajada não pode ser menor que a $V_A$ nem maior que a $V_C$.

**T) Fatores de Carga de Rajadas**

Os fatores de cargas de rajadas foram determinados segundo ***RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.333 (c) (1) (i) e (ii) e §23.341 (c)*** **e** ***FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 333 (c) (1) (i) e (ii) e Sec. 341 (c)***.

Os subparágrafos (i) e (ii) da ***Sec. 333 (c) (1)***, determinam que:

(i) – Rajadas positivas e negativas de 50ft/s (15,24m/s) na $V_C$ devem ser consideradas entre o nível do mar e 20.000ft de altitude.

(ii) – Rajadas positivas e negativas de 25ft/s (7,62m/s) na $V_D$ devem ser consideradas entre o nível do mar e 20.000ft de altitude.

O equacionamento apresentado a seguir mostra as variáveis necessárias para a determinação dos fatores de cargas de rajadas tanto no sistema inglês bem como no sistema internacional de unidades.

Fatores de Carga de Rajadas em Unidades do Sistema Inglês:

$$n = 1 + \frac{K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot a}{498 \cdot (W/S)}$$

$$K_g = \frac{0{,}88 \cdot \mu_g}{5{,}3 + \mu_g}$$

$$\mu_g = \frac{2 \cdot (W/S)}{\rho \cdot \bar{c} \cdot a \cdot g}$$

Fatores de Carga de Rajadas em Unidades do Sistema Internacional:

$$n = 1 + \frac{K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot a \cdot \rho}{2 \cdot (W/S)}$$

$$K_g = \frac{0{,}88 \cdot \mu_g}{5{,}3 + \mu_g}$$

$$\mu_g = \frac{2 \cdot (W/S)}{\rho \cdot \bar{c} \cdot a \cdot g}$$

A equação para o fator de carga de rajadas foi aplicada considerando as velocidades de rajadas determinadas pela norma (50ft/s = 15,24m/s) e (25ft/s = 7,62m/s), e, com a velocidade da aeronave variando até a $V_C$ ou $V_D$.

A partir da metodologia apresentada nesta seção do presente artigo, o diagrama v-Nn de manobras e rajadas da aeronave em estudo está apresentado na seção 5, tanto em unidades do sistema internacional como em unidades do sistema inglês.

## 5 – Resultados Obtidos

Esta seção do presente artigo mostra o diagrama v-N de manobras e rajadas da aeronave em estudo, obtido a partir das considerações realizadas. Os resultados são apresentados em forma gráfica tanto em unidades do sistema internacional com as velocidades em m/s, bem como em unidades do sistema inglês considerando as velocidades em knots. As Figuras 5 e 6 mostram o envelope de voo da aeronave em ambos os sistemas de unidades e as conclusões sobre os resultados obtidos estão descritas na seção 6.

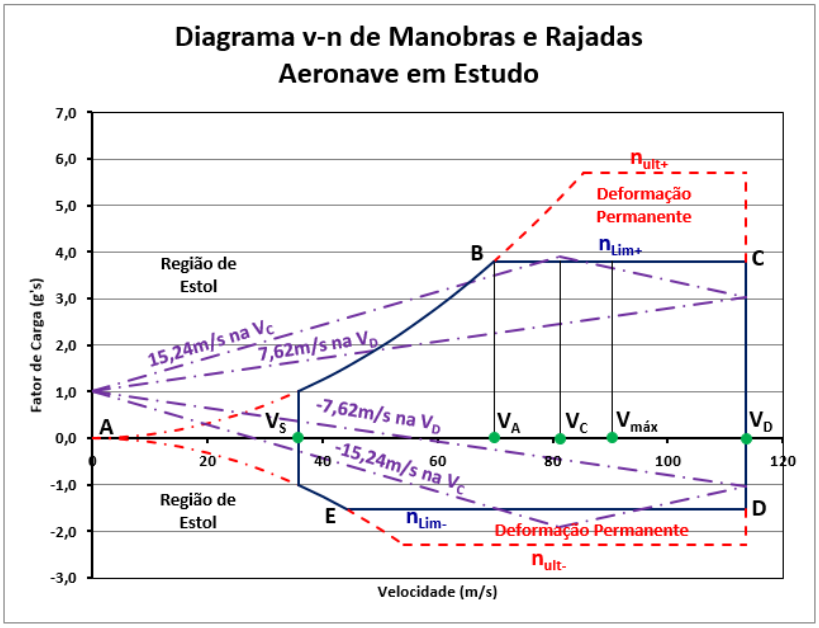



Figura 5 - Diagrama v-n de manobras e rajadas para a aeronave em estudo, velocidade em m/s.

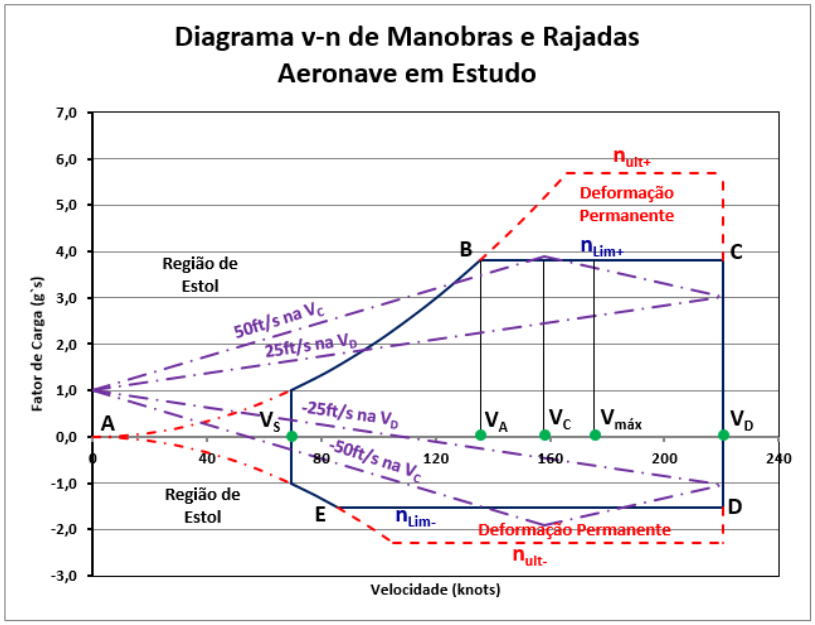



Figura 6 - Diagrama v-n de manobras e rajadas para a aeronave em estudo, velocidade em knots.

## 6 – Conclusões

O diagrama v-n de manobras e rajadas obtido para a aeronave em estudo, representa uma importante ferramenta utilizada para o projeto estrutural uma vez que possibilita a visualização do fator de carga ao qual a aeronave estará submetida em diferentes velocidades. No envelope de voo obtido pode-se concluir que a aeronave possui a capacidade de operar em velocidades compreendidas entre a velocidade de estol e a velocidade de mergulho, e que os fatores de carga obtidos nessa faixa, estão em pleno acordo com as normas regulamentadoras utilizadas.

Também é possível concluir que a aeronave em estudo possui a capacidade de suportar cargas de rajadas de até 50ft/s na velocidade de cruzeiro e de 25ft/s na velocidade de mergulho, atendendo os requisitos estabelecidos pelas normas utilizadas. Esta conclusão é observada diretamente no envelope de voo uma vez que a linha limítrofe do diagrama de rajadas encontra-se dentro do diagrama de manobras da aeronave.

No projeto desenvolvido, levou-se também em consideração uma margem de segurança de 50% na determinação do fator de carga último de modo a possibilitar a análise de regiões (faixas de velocidades e fatores de carga) nas quais a deformação permanente da estrutura poderá ocorrer.

## 7 – Considerações Finais

O presente artigo mostrou de maneira didática e precisa todos os requisitos necessários para o desenvolvimento e traçado do diagrama v-n de manobras e rajadas de uma aeronave leve monomotora através dos fundamentos e requisitos presentes nas normas nas normas regulamentadoras **Regulamento Brasileiro de Aviação Civil - *RBAC n˚23 - Subpart C - Structure - §23.321, §23.333, §23.335, §23.337* e *§23.341*** e **“Federal Aviation Regulation” - *FAR Part 23 – Subpart C - Structure - Sec. 321, Sec. 333, Sec. 335, Sec. 337* e *Sec. 341***.

## 8 – Referências

[1] ANDERSON, JOHN. D., *Aircraft Performance and Design*, McGraw-Hill, Inc. New York 1999.

[2] ANDERSON, JOHN. D. *Introduction to Flight.* 3ª Ed, McGraw-Hill, Inc. New York 1989.

[3] FEDERAL AVIATION REGULATION - *FAR Part 23 – Subpart C – Structure*.

[4] REGULAMENTO BRASILEIRO DE AVIAÇÃO CIVIL - *RBAC n˚23 - Subpart C – Structure*.

[5] RODRIGUES, LUIZ EDUARDO MIRANDA JOSÉ., *Fundamentos da Engenharia Aeronáutica*, 1ª Ed, Cengage Learning, São Paulo 2013.