

*Revista Eletrônica*

# ***AeroDesign***

*Magazine*



**Volume 18 - Número 1 – 2026**

ISSN - 2177-5907

# Dinâmica do Movimento de Subida e Descida em Aeronaves sob Aceleração Constante

**Davi Marques Dorateu**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
[davi.dorateu@aluno.ifsp.edu.br](mailto:davi.dorateu@aluno.ifsp.edu.br)

**Matheus Guilherme Silva Passarelli**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
[mpassareli.2019@gmail.com](mailto:mpassareli.2019@gmail.com)

## Resumo

Este estudo aborda a dinâmica do movimento de subida e descida de aeronaves sob a hipótese de aceleração constante, considerando a relação entre cinemática e balanço de forças no eixo vertical do voo. O objetivo foi estruturar um entendimento consistente sobre a aplicação dessa hipótese na interpretação de regimes quase estacionários e transitórios, conectando a modelagem cinemática às exigências dinâmicas associadas ao movimento aeronáutico. A metodologia consistiu em uma análise teórica e aplicada, na qual a aeronave foi modelada como partícula material em movimento unidimensional vertical, empregando equações do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado e a 2ª Lei de Newton, com validação por meio de dados reais de trajetória obtidos da plataforma OpenSky. Os resultados indicaram elevada aderência do modelo cinemático aos dados observados ( $R^2 \approx 0,993$ ) e mostraram que pequenas acelerações verticais são suficientes para produzir variações perceptíveis de altitude, mantendo o sistema próximo do equilíbrio de forças. Conclui-se que a hipótese de aceleração constante por trechos constitui uma aproximação eficaz para interpretar a dinâmica vertical em voo, permitindo distinguir, de forma quantitativa, comportamentos quase estacionários e transitórios e contribuindo para análises conceituais em dinâmica aplicada à engenharia aeronáutica.

## Palavras-chave

Dinâmica de voo; Aceleração constante; Movimento vertical de aeronaves.

## Abstract

This study addresses the dynamics of aircraft ascent and descent under the assumption of constant acceleration, considering the relationship between kinematics and the balance of forces on the vertical

axis of flight. The objective was to structure a consistent understanding of the application of this assumption in the interpretation of quasi-stationary and transient regimes, connecting kinematic modeling to the dynamic requirements associated with aeronautical motion. The methodology consisted of a theoretical and applied analysis, in which the aircraft was modeled as a material particle in one-dimensional vertical motion, employing equations of Uniformly Accelerated Rectilinear Motion and Newton's 2nd Law, with validation using real trajectory data obtained from the OpenSky platform. The results indicated a high adherence of the kinematic model to the observed data ( $R^2 \approx 0.993$ ) and showed that small vertical accelerations are sufficient to produce perceptible variations in altitude, keeping the system close to force equilibrium. It is concluded that the hypothesis of constant acceleration over segments constitutes an effective approximation for interpreting vertical dynamics in flight, allowing for the quantitative distinction between quasi-stationary and transient behaviors and contributing to conceptual analyses in dynamics applied to aeronautical engineering.

## Keywords

Flight dynamics; Constant acceleration; Vertical motion of aircraft.

## 1 – Introdução

A dinâmica do movimento de subida e descida de aeronaves sob aceleração constante pode ser compreendida como um recorte idealizado do movimento vertical (ou da componente vertical da trajetória) em que a aceleração é tratada como aproximadamente uniforme em um intervalo curto de tempo.

Essa simplificação é útil porque permite relacionar diretamente cinemática (posição, velocidade e aceleração) com grandezas de desempenho de voo, como variação de altitude, razão de subida/descida e margens operacionais, além de servir como base para validação inicial de modelos mais completos que consideram aceleração variável, efeitos aerodinâmicos não lineares e perturbações atmosféricas (ETKIN; REID, 1996).

Do ponto de vista da engenharia, estudar esse movimento é importante porque a subida e a descida concentram decisões críticas de energia e segurança: gestão de potência/empuxo, limites estruturais (fator de carga), desempenho em condições de densidade do ar variável e previsibilidade de perfis de trajetória.

Mesmo quando a aceleração vertical real não é estritamente constante, aproximá-la como tal em trechos (por exemplo, durante transições controladas, ajustes de velocidade vertical ou fases curtas de manobra) facilita o dimensionamento preliminar, a análise de requisitos e a comunicação técnica entre equipes de projeto, operação e certificação (ANDERSON, 2017).

A relação do tema com a disciplina de Estática e Dinâmica é direta: em Estática, o interesse recai sobre o equilíbrio de forças quando a aceleração é nula; já em Dinâmica, aplica-se a 2ª lei de Newton para ligar a resultante das forças ao produto massa–aceleração, o que é indispensável para descrever a evolução temporal do movimento vertical. Assim, a subida/descida sob aceleração constante funciona como ponte conceitual entre a análise de equilíbrio (por exemplo, voo retilíneo nivelado como caso limite) e a análise de movimento acelerado, que aparece em manobras, transições e regimes não estacionários do voo (HIBBELER, 2016).

Modelando o problema, considera-se a aeronave como partícula (ou corpo rígido com trajetória prescrita) e adota-se um eixo vertical (inercial ou local) para aplicar as equações cinemáticas usuais de aceleração constante, conectando-as ao balanço de forças na direção vertical.

Nesse enquadramento, a resultante vertical envolve peso, sustentação e eventuais componentes do empuxo, e a aceleração vertical passa a traduzir “quanto” o sistema propulsivo e aerodinâmico consegue alterar o estado de movimento em relação ao caso quase estacionário.

Esse tipo de formulação é coerente com modelos clássicos de dinâmica de voo, que separam a descrição cinemática da trajetória da modelagem das forças e momentos, evoluindo depois para representações mais completas (STEVENS; LEWIS, 2003).

A escolha do tema se justifica porque ele aparece com frequência em atividades de engenharia: estimativas iniciais de envelopes de desempenho, construção de perfis de missão, análise de conforto (variação de velocidade vertical) e desenvolvimento/validação de leis de controle para manter ou ajustar a trajetória vertical.

Em especial, ao discutir aceleração constante, evidencia-se a diferença entre “manter uma razão de subida” (regime quase estacionário) e “modificar a razão de subida” (regime acelerado), distinção que é central para compreender limitações físicas e escolhas de projeto em estabilidade e controle (NELSON, 1998).

Dessa forma, se levantou o seguinte problema de pesquisa: Como é possível interpretar a dinâmica de subida e descida de aeronaves sob a hipótese de aceleração constante, e quais são os limites, aplicações e implicações dessa aproximação para análises de desempenho, estabilidade e controle em engenharia aeronáutica?

Portanto o objetivo da pesquisa foi estruturar um entendimento consistente sobre o uso da hipótese de aceleração constante na descrição do movimento de subida e descida de aeronaves, articulando a modelagem cinemática do movimento com o balanço de forças associado e com a distinção entre regimes quase estacionários e transitórios, de modo a sustentar interpretações coerentes no âmbito da Dinâmica aplicada ao voo.

## 2 - Fundamentação Teórica

### 2.1 - Fundamentos de Cinética e Cinemática do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

A cinemática do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) trata da descrição quantitativa do movimento ao longo de uma linha reta quando a aceleração permanece constante no tempo, distinguindo-se da cinética, que busca relacionar as causas do movimento (forças) às variações de velocidade. Nesse enquadramento, a grandeza posição (ou coordenada) localiza o móvel em relação a um referencial e a uma origem escolhida, e sua evolução temporal permite definir velocidade como a taxa de variação da posição, enquanto a aceleração expressa a taxa de variação da velocidade; essas definições, embora elementares, têm forte conteúdo físico por vincularem medidas (deslocamentos e intervalos de tempo) a modelos que predizem trajetórias e velocidades futuras (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016).

No MRUV, a hipótese central é a de aceleração constante (módulo e direção invariáveis ao longo do intervalo analisado), o que é uma idealização válida quando as forças resultantes são aproximadamente constantes ou quando as variações são pequenas o suficiente para serem desprezadas. Em problemas de movimento vertical próximos à superfície da Terra, por exemplo, a aceleração pode ser aproximada por uma constante igual ao valor local de  $g$ , desde que se desprezem efeitos como a resistência do ar e a variação de  $g$  com a altitude; com isso, o movimento torna-se um caso particular de MRUV, permitindo previsões diretas de tempos de subida, alturas máximas e velocidades em instantes específicos (TIPLER; MOSCA, 2009).

A partir das definições diferenciais  $v = dx/dt$  e  $a = dv/dt$ , e impondo-se  $a = \text{constante}$ , obtêm-se as equações usuais do MRUV:  $v(t) = v_0 + at$  e  $x(t) = x_0 + v_0t + 1/2at^2$ . Essas expressões mostram, fisicamente, que a velocidade varia linearmente com o tempo e que a posição varia de forma quadrática, refletindo a acumulação progressiva de incrementos de velocidade; em termos de interpretação, o termo  $v_0t$  corresponde ao avanço “inercial” que ocorreria sem aceleração, enquanto  $1/2at^2$  representa o efeito cumulativo do agente acelerador ao longo do intervalo (SERWAY; JEWETT, 2014).

Uma relação particularmente útil elimina o tempo e conecta diretamente velocidade e posição:  $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ . Do ponto de vista físico, ela expressa um balanço cinemático entre a variação do “nível de velocidade” e o deslocamento sob aceleração constante, sendo valiosa quando se conhece a distância percorrida em um trecho (por exemplo, o comprimento de uma rampa) e se deseja inferir a velocidade ao final do percurso ou a necessidade de uma aceleração mínima para atingir certo regime. Essa equação também evidencia que sinais e convenções do eixo escolhido (positivo/negativo) não são detalhes formais: eles determinam se o termo  $2a\Delta x$  aumenta ou reduz  $v^2$ , correspondendo a trechos de

ganho ou perda de velocidade (YOUNG; FREEDMAN, 2016). A Figura 1 ilustra o comportamento típico da posição em função do tempo no MRUV, evidenciando a trajetória parabólica resultante da atuação de uma aceleração constante ao longo do movimento (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016).

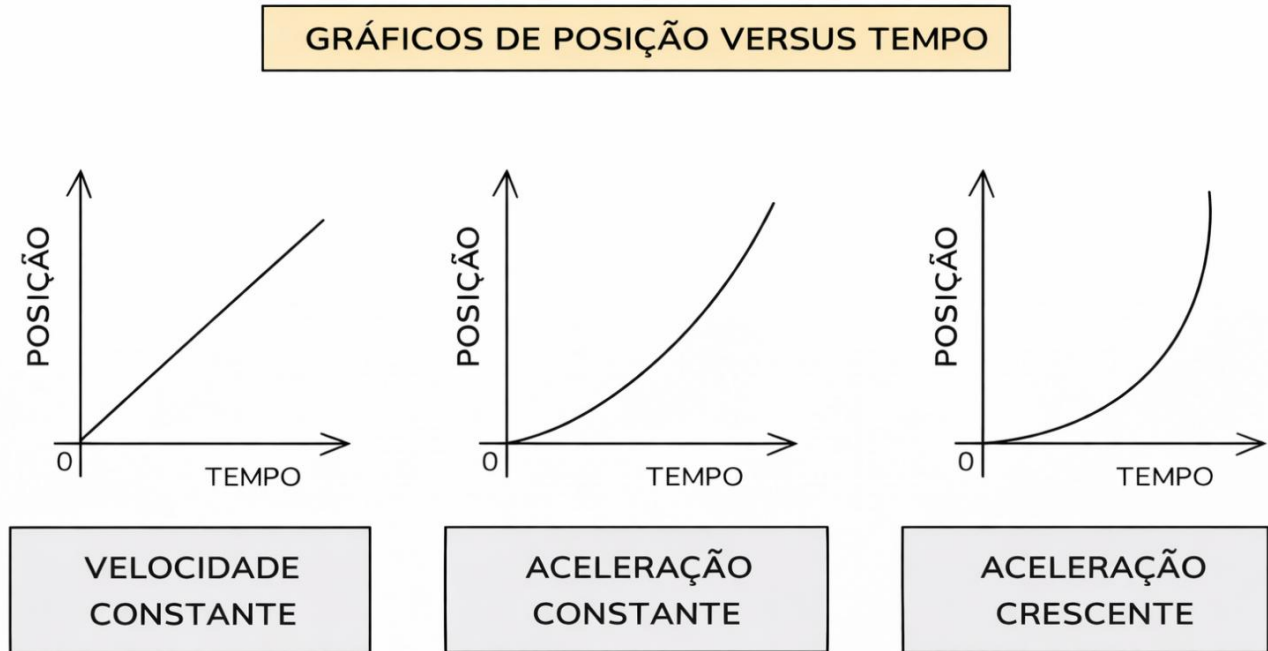


Figura 1 - Velocidade constante, aceleração constante e aceleração crescente em um gráfico de posição versus tempo, Fonte: Oates (2024).

A leitura gráfica do MRUV reforça a ligação entre cinemática e significado físico: no gráfico  $v \times t$ , a inclinação é a aceleração e a área sob a curva fornece o deslocamento; já no gráfico  $a \times t$ , a área representa a variação de velocidade. Essa interpretação geométrica é um suporte importante para modelar segmentos de subida e descida como “trechos” com aceleração aproximadamente constante, pois permite decompor o movimento em intervalos em que a aceleração pode ser tratada como constante e, assim, integrar de modo simples as contribuições de cada trecho para o deslocamento e o tempo total de percurso (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016).

No caso do movimento vertical (eixo  $y$ ), as grandezas assumem interpretação direta em termos de altura, velocidade vertical e tempo, com as equações  $v_y(t) = v_{y0} - gt$  e  $y(t) = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}(gt^2)$  quando se escolhe o sentido positivo para cima. Assim, um trecho de subida corresponde, tipicamente, a  $v_y > 0$ , com aceleração negativa (reduzindo a velocidade até zerar no ápice), enquanto a descida ocorre quando  $v_y < 0$  e a aceleração mantém o mesmo sentido (aumentando o módulo da velocidade). A condição  $v_y = 0$  define a altura máxima e permite obter diretamente o tempo até o topo e a altura atingida, evidenciando como o MRUV funciona como base para modelar, com consistência, a alternância entre regimes de desaceleração na subida e aceleração na descida (TIPLER; MOSCA, 2009).

A conexão com a cinética aparece quando se justifica a aceleração constante por meio das leis do movimento: se a força resultante ao longo do eixo é constante, então a aceleração é constante, pois  $\sum F = ma$ . Em movimento vertical idealizado, a força peso  $mg$  é aproximadamente constante perto da superfície da Terra e, ao desprezar forças dissipativas, o modelo explica por que a aceleração mantém valor praticamente constante e direcionado para baixo durante toda a subida e descida. Desse modo, cinemática e cinética se complementam: a primeira fornece as equações de evolução temporal, enquanto a segunda fundamenta as hipóteses (forças aproximadamente constantes) que tornam o MRUV uma aproximação válida para trechos curtos de subida/descida e para diversos problemas de engenharia e física aplicada (SERWAY; JEWETT, 2014).

## 2.2 - Leis de Newton e Modelagem de Forças no Eixo Vertical em Voo

A formulação das Leis de Newton fornece a base conceitual para representar o movimento de uma aeronave como resultado do balanço entre forças externas, com especial atenção ao eixo vertical em voo. Na modelagem newtoniana, assume-se que a variação do estado de movimento do centro de massa é governada pela resultante das forças aplicadas, o que permite conectar diretamente grandezas aerodinâmicas e propulsivas à aceleração vertical observada durante subida, nivelado ou descida (HIBBELER, 2016). Nesse enquadramento, a 1ª lei é útil para delimitar o caso particular de aceleração nula (equilíbrio dinâmico), enquanto a 2ª lei organiza o cálculo em termos de somatório de forças e componentes, tornando a análise compatível com procedimentos de engenharia e com a estrutura de equações de movimento utilizadas em desempenho e estabilidade (MERIAM; KRAIGE, 2012).

Ao aplicar a 2ª lei de Newton ao movimento vertical, adota-se um eixo vertical (por exemplo,  $z$ ) e escreve-se, para o centro de massa, a relação  $\sum F_z = maz$ , onde  $az$  representa a aceleração vertical no referencial escolhido. Em voo, essa aceleração pode ser interpretada tanto como variação de componente vertical da velocidade quanto como resultado de manobras (p. ex., transientes de arfagem) que reorientam a sustentação e alteram a projeção vertical das forças. Essa forma de escrever o problema é particularmente valiosa porque separa o “o que o avião está fazendo” (cinemática) do “por que está fazendo” (dinâmica), favorecendo a identificação de quais termos dominam em diferentes regimes de operação (STEVENS; LEWIS, 2003).

A decomposição de forças no eixo vertical geralmente envolve, no mínimo, peso, sustentação e componentes do empuxo (além de contribuições aerodinâmicas adicionais, como o arrasto projetado ou forças devido a ângulos de trajetória). O peso atua aproximadamente na direção do centro da Terra, com magnitude  $W = mg$ , enquanto a sustentação é definida como a componente da força aerodinâmica perpendicular ao escoamento relativo e sua projeção no eixo vertical depende do ângulo de trajetória e

da atitude. Já o empuxo, embora frequentemente associado ao eixo longitudinal do corpo, pode contribuir verticalmente quando a linha de ação do motor não é horizontal ou quando a aeronave está com atitude/trajetória que produz projeções relevantes, aspecto importante em análises de subida e manobra (ANDERSON, 2017). Essa decomposição, feita por projeções trigonométricas consistentes, evita “misturar” direções físicas distintas e ajuda a manter coerência dimensional e interpretativa do modelo (MERIAM; KRAIGE, 2012).

A Figura 2 ilustra a relação entre os eixos de referência e os ângulos de atitude e trajetória empregados na mecânica do voo, evidenciando como a orientação do sistema de coordenadas condiciona a projeção das forças no eixo vertical.

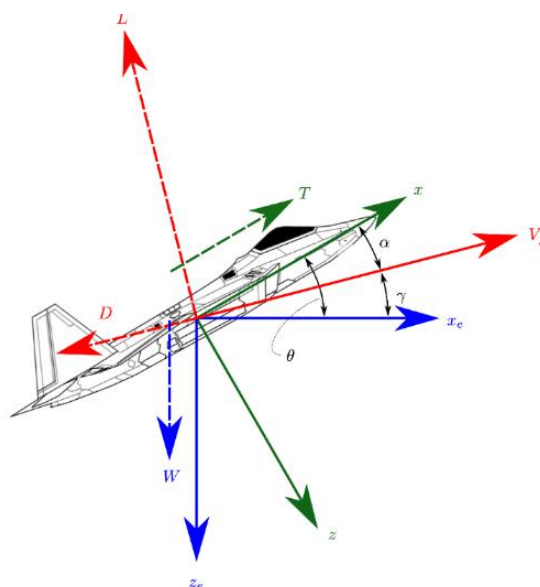


Figura 2 - Eixos de referência e os ângulos de atitude e trajetória empregados na mecânica do voo, Fonte: Smith (2023).

Com essa representação, torna-se claro que a sustentação e o empuxo podem assumir componentes verticais distintas conforme variam  $\alpha$ ,  $\theta$  e  $\gamma$ , o que altera diretamente o balanço  $\sum F_z = m a_z$  e, portanto, a distinção entre voo em equilíbrio (aceleração nula) e regime acelerado.

A distinção entre equilíbrio (aceleração nula) e regime acelerado é central para não confundir voo nivelado com ausência de forças. Em equilíbrio dinâmico vertical, a aceleração no eixo vertical é nula, mas isso implica apenas que a resultante vertical é zero: tipicamente, a sustentação (e outras componentes relevantes) equilibram o peso e eventuais projeções do empuxo. Em contraste, no regime acelerado (subida com aumento de razão de subida, “pull-up”, ou transientes), a soma das forças verticais torna-se diferente de zero, produzindo aceleração mensurável e, frequentemente, fatores de carga distintos de 1 g, o que altera tanto o estado de movimento quanto as exigências estruturais e de controle da aeronave

(ETKIN; REID, 1996). Assim, o “equilíbrio” em voo é uma condição de resultante nula, não a inexistência de forças atuando (HIBBELER, 2016).

A escolha do referencial de análise (inercial versus local) afeta a forma das equações e a interpretação dos termos. Em primeira aproximação, considera-se um referencial inercial para aplicar diretamente as Leis de Newton; contudo, para aeronaves operando próximas à superfície terrestre, usa-se com frequência um referencial local (ligado à Terra) como aproximadamente inercial em intervalos de tempo e escalas de manobra usuais, o que é adequado para muitas análises de desempenho e dinâmica de voo. Quando se adota um referencial não inercial (por exemplo, eixos acelerados solidários à aeronave), surgem termos adicionais de natureza “aparente” associados à aceleração do referencial, e a consistência da modelagem passa a exigir cuidado na inclusão desses termos para não atribuir a forças reais efeitos que pertencem ao movimento do próprio sistema de coordenadas (STEVENS; LEWIS, 2003). Essa distinção é particularmente relevante ao transitar entre eixos do corpo, eixos da trajetória e eixos locais, prática comum em engenharia aeronáutica (ETKIN; REID, 1996).

Do ponto de vista de modelagem aplicada, a análise vertical torna-se ainda mais informativa quando se explicita como a sustentação e as componentes do empuxo dependem das variáveis de voo e de controle (velocidade, densidade do ar, ângulo de ataque, deflexões de superfícies, potência disponível). Ao estruturar a equação  $\sum F_z = m a_z$  com relações constitutivas aerodinâmicas, obtém-se um modelo capaz de prever tendências: por exemplo, como variações de atitude reorientam a sustentação, como a razão de subida depende do balanço energético e de potência excedente, e por que certas configurações aumentam ou reduzem a autoridade vertical em manobras. Essa abordagem integra dinâmica e aerodinâmica em um mesmo encadeamento causal, coerente com a literatura de fundamentos de voo e com a prática de construção de modelos para simulação e análise de estabilidade longitudinal (ANDERSON, 2017).

A robustez da análise depende de enunciar claramente hipóteses e limites: massa considerada concentrada no centro de massa, campo gravitacional aproximadamente uniforme, aproximação de referencial local quase inercial e linearizações quando aplicáveis. Em contextos em que essas hipóteses não são válidas (manobras muito agressivas, trajetórias longas, ou necessidade de alta fidelidade), o modelo deve ser refinado com termos adicionais e referenciais mais rigorosos, preservando o princípio fundamental de que a aceleração resulta da soma vetorial das forças reais (MERIAM; KRAIGE, 2012). Assim, as Leis de Newton permanecem o “núcleo” da modelagem, enquanto a escolha de referenciais e decomposições determina a clareza e a confiabilidade do diagnóstico físico no eixo vertical (ETKIN; REID, 1996).

### 3 - Metodologia

O sistema físico considerado foi uma aeronave tratada como partícula material (massa concentrada no centro de gravidade), descrevendo o movimento no plano vertical durante trechos de subida e descida. A análise foi conduzida em um referencial aproximadamente inercial associado ao solo (Terra), assumindo que, no intervalo de tempo estudado, efeitos de rotação terrestre e curvatura da trajetória sobre grandes distâncias são desprezíveis. O objetivo metodológico foi relacionar: a cinemática com hipótese de aceleração constante e o balanço de forças via 2ª Lei de Newton, distinguindo explicitamente regimes quase estacionários e transitórios.

Para tornar o problema reproduzível e matematicamente tratável, adotaram-se as hipóteses:

- a) Movimento unidimensional ao longo do eixo vertical local (eixo z positivo para cima), com o interesse centrado em variações de altitude e velocidade vertical.
- b) Aceleração vertical constante por trecho: em cada segmento (subida ou descida) assume-se  $a_z = \text{constante}$ , válida como aproximação de trechos curtos em que as variáveis aerodinâmicas e de propulsão não variam abruptamente.
- c) Massa constante no intervalo (sem variação relevante por consumo de combustível).
- d) Aceleração da gravidade constante  $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ .
- e) Sustentação L e componente vertical do empuxo  $T_z$  representadas por valores médios por trecho, equivalentes a uma linearização local do comportamento aerodinâmico/propulsivo.
- f) Arrasto não entra diretamente no balanço vertical quando se trabalha apenas com o eixo z; suas influências aparecem indiretamente por mudanças necessárias de atitude/empuxo para manter determinado regime, mas não são explicitadas no eixo vertical nesta etapa metodológica.

Essas hipóteses estabelecem um modelo mínimo que conecta equações cinemáticas a um balanço de forças vertical e permite identificar quando o “aaa constante” é coerente (regime quase estacionário) e quando representa uma aproximação de um transitório (manobra). Foi definido um sistema cartesiano local:

Eixo z: vertical local, positivo para cima.

Velocidade vertical:  $v_z = \dot{z}$ .

Aceleração vertical:  $a_z = \ddot{z}$ .

Convenções:

Peso  $W = mg$  atua para baixo (sinal negativo em z).

Sustentação L é considerada predominantemente perpendicular ao escoamento, mas aqui entra pela sua componente vertical, que para pequenos ângulos de trajetória pode ser aproximada como  $L_z \approx L$ .

Empuxo  $T$  pode ter inclinação; usa-se explicitamente sua componente vertical  $T_z = T \sin \theta$  (ou outra decomposição equivalente definida pelo estudante), positiva para cima quando apontada para cima.

O diagrama de corpo livre (Figura 3) foi estabelecido para o centro de gravidade, contendo:

Peso:  $W = mg$  (para baixo).

Sustentação (componente vertical):  $L_z$  (para cima).

Empuxo (componente vertical):  $T_z$  (para cima ou para baixo, dependendo da atitude/controle; usualmente para cima em subida).

Representação textual do DCL no eixo  $z$ :

Sentido positivo ( $\uparrow$ ):  $L_z$  e  $T_z$

Sentido negativo ( $\downarrow$ ):  $W$

A Figura 3 apresenta o diagrama de corpo livre (DCL) no eixo vertical, com a convenção  $z$  positivo para cima, evidenciando as forças  $W = mg$ ,  $L_z$  e  $T_z$ , bem como a formulação direta da 2ª Lei de Newton aplicada ao movimento vertical.

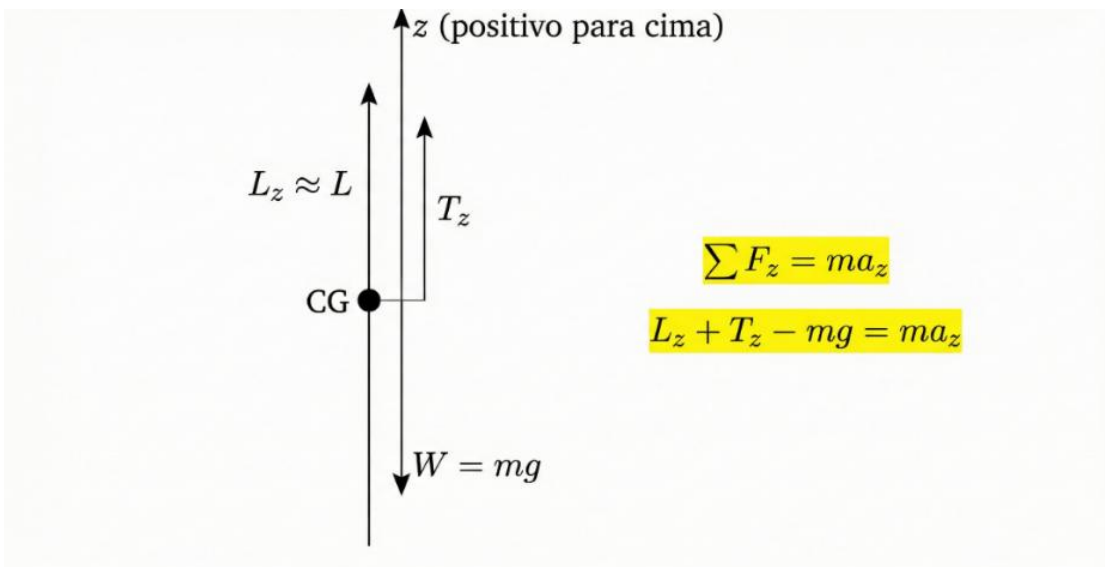


Figura 3 – Diagrama de corpo livre, Fonte: Próprio Autor (2026).

Observa-se que o equilíbrio ou desequilíbrio entre  $L_z + T_z$  e  $mg$  determina o sinal e a magnitude de  $a_z$ , permitindo interpretar de modo consistente a transição entre regimes quase estacionários ( $a_z \approx 0$ ) e transitórios ( $a_z \neq 0$ ).

Aplicou-se a 2ª Lei de Newton ao eixo vertical:  $\Sigma F_z = ma_z$

Com as forças do DCL:  $L_z + T_z - mg = ma_z$

Essa expressão é o elo entre a cinemática (via  $a_z$ ) e o balanço de forças. Na metodologia,  $L_z$  e  $T_z$  podem ser tratados como:

Variáveis controláveis/ajustáveis (via comando de profundor e potência), ou Resultantes médias obtidas indiretamente a partir do  $a_z$  calculado cinemática e dos valores de  $m$  e  $g$ .

Para cada trecho (subida ou descida) com  $a_z$  constante, foram adotadas as equações do MRUV no eixo  $z$ :

$$\text{Velocidade: } v_z(t) = v_{z0} + a_z t$$

$$\text{Posição (altitude relativa): } z(t) = z_0 + v_{z0} t + \frac{1}{2} a_z t^2$$

$$\text{Relação sem tempo: } v_z^2 = v_{z0}^2 + 2a_z(z - z_0)$$

Essas três equações permitem reproduzir o cálculo em diferentes cenários: dado  $\Delta z$  e  $t$ , obtém-se  $a_z$ ; dado  $a_z$  e  $\Delta z$ , obtém-se  $t$ ; etc.

Para conectar o modelo aos “regimes” de voo, foram definidos critérios operacionais no eixo vertical:

$$\text{Regime quase estacionário (quase estacionário vertical): } a_z \approx 0 \Rightarrow L_z + T_z \approx mg$$

Subida/descida pode ocorrer com  $v_z$  aproximadamente constante (por exemplo, razão de subida constante), sem aceleração vertical apreciável.

$$\text{Regime transitório (manobra vertical): } a \neq 0 \Rightarrow L_z + T_z - mg = ma_z$$

Há mudança perceptível em  $v_z$  no intervalo; o “excesso” de força vertical em relação ao peso (ou déficit) explica a aceleração.

Na prática metodológica, considera-se “quase estacionário” quando  $|a_z|$  é pequeno comparado a  $g$  (por exemplo,  $|a_z|/g \ll 1$ ), e “transitório” quando essa razão deixa de ser desprezível.

O procedimento analítico foi executado de maneira sequencial e reproduzível. Inicialmente, definiu-se o cenário de voo (subida ou descida) e o intervalo temporal de interesse, juntamente com as condições iniciais  $z_0$  e  $v_{z0}$  e a massa  $m$ .

Em seguida, estabeleceram-se as grandezas-alvo do trecho (por exemplo,  $\Delta z$ ,  $\Delta t$ ,  $v_z$  final), aplicando-se as equações cinemáticas para obter  $a_z$  e as funções  $v_z(t)$   $z(t)$  correspondentes. Na etapa seguinte, substituiu-se o valor de  $a_z$  na equação dinâmica para determinar a resultante vertical requerida  $L_z + T_z$  e, conseqüentemente, interpretar o esforço de sustentação e/ou empuxo necessário para produzir o movimento descrito.

Por fim, o regime foi classificado conforme o critério de aceleração, e foram realizadas checagens de sinais e coerência (compatibilidade entre subida/descida, valores de  $a_z$  e direção da resultante), assegurando que outro estudante possa replicar os mesmos passos com diferentes valores de entrada e obter resultados comparáveis.

## 4 - Análise e Desenvolvimento

### 4.1 - Modelagem no Eixo Vertical e encadeamento cinemática dinâmica

A análise é construída a partir da representação do movimento no eixo vertical local  $z$ , adotando-se  $z > 0$  para cima. Nessa convenção, o peso  $W = mg$  atua no sentido negativo de  $z$ , enquanto a sustentação (considerada por sua componente vertical) e a componente vertical do empuxo atuam no sentido positivo, conforme o Diagrama de Corpo Livre (DCL).

A Figura 3 materializa esse arranjo de forças e explicita o vínculo formal com a 2ª Lei de Newton no eixo vertical, servindo como “ponte” entre a descrição cinemática do movimento e a interpretação dinâmica em termos de balanço de forças.

Pela 2ª Lei de Newton, a soma das forças no eixo vertical deve igualar o produto da massa pela aceleração vertical:

$$\Sigma F_z = ma_z \quad (1)$$

Considerando o DCL (Figura 3), obtém-se a forma explícita:

$$L_z + T_z - mg = ma_z \quad (2)$$

Reorganizando, isola-se a resultante “de suporte vertical” exigida para produzir a aceleração estimada:

$$L_z + T_z = mg + ma_z \quad (3)$$

Para discutir regimes de voo com maior generalidade, é útil normalizar a Eq. (3) pelo peso  $W = mg$ , produzindo uma forma adimensional:

$$\frac{L_z + T_z}{W} = 1 + \frac{a_z}{g} \quad (4)$$

A Eq. (4) é central para o objetivo do artigo: ela mostra que a distinção entre regime quase estacionário e transitório pode ser discutida de modo quantitativo a partir da razão  $a_z/g$ , conectando a hipótese cinemática (aceleração por trechos) ao balanço de forças (excesso/deficiência em relação ao peso).

## 4.2 - Equações Cinemáticas com Hipótese de Aceleração Constante por Trecho

Assume-se que, em uma janela temporal  $\Delta t$  adequadamente selecionada, a aceleração vertical pode ser aproximada por um valor constante  $a_z$ . Com essa hipótese, a cinemática do movimento vertical é descrita pelas equações do MRUV no eixo  $z$ :

$$z(t) = z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}a_z t^2 \quad (5)$$

$$v_z(t) = v_{z0} + a_z t \quad (6)$$

E, eliminando-se  $t$ :

$$v_z^2 = v_{z0}^2 + 2a_z(z - z_0) \quad (7)$$

O procedimento analítico adotado é, portanto, bidirecional e coerente: estima-se  $a_z$  a partir de dados de  $z(t)$  pela Eq. (5) e, em seguida, interpreta-se o resultado em termos de forças por meio das Eqs. (3)–(4). Assim, a hipótese de aceleração constante não é um “fim em si”, mas um recurso de modelagem para sustentar inferências consistentes no domínio da dinâmica aplicada ao voo.

## 4.3 - Dados Reais e Recorte Operacional do Trecho Analisado

A aplicação foi construída com base em dados reais de trajetória (pares  $(t_i, z_i)$  extraídos de uma fonte operacional de rastreamento ADS-B, obtida via OpenSky, por meio do endpoint Track by Aircraft (trajetória com waypoints contendo tempo e altitude barométrica, entre outros). Onde a altitude barométrica é reportada em instantes discretos.

Como os registros reais não são, em geral, amostrados em intervalos perfeitamente uniformes, a janela de análise foi selecionada de modo a apresentar: (a) crescimento monotônico de altitude (subida), (b) ausência de descontinuidades abruptas e (c) extensão temporal suficiente para que o ajuste cinemático possa representar um trecho fisicamente interpretável.

O OpenSky fornece uma série discreta de pontos  $(t_i, z_i)$ . Como a hipótese do trabalho é a de aceleração aproximadamente constante por trechos, seleciona-se uma janela onde o crescimento de altitude é monotônico e relativamente suave (subida), permitindo ajustar o modelo cinemático com clareza.

A Figura 4 ilustra a evolução temporal da altitude barométrica  $z(t)$  proveniente dos dados reais de trajetória, destacando a janela selecionada para a aplicação da hipótese de aceleração aproximadamente constante.

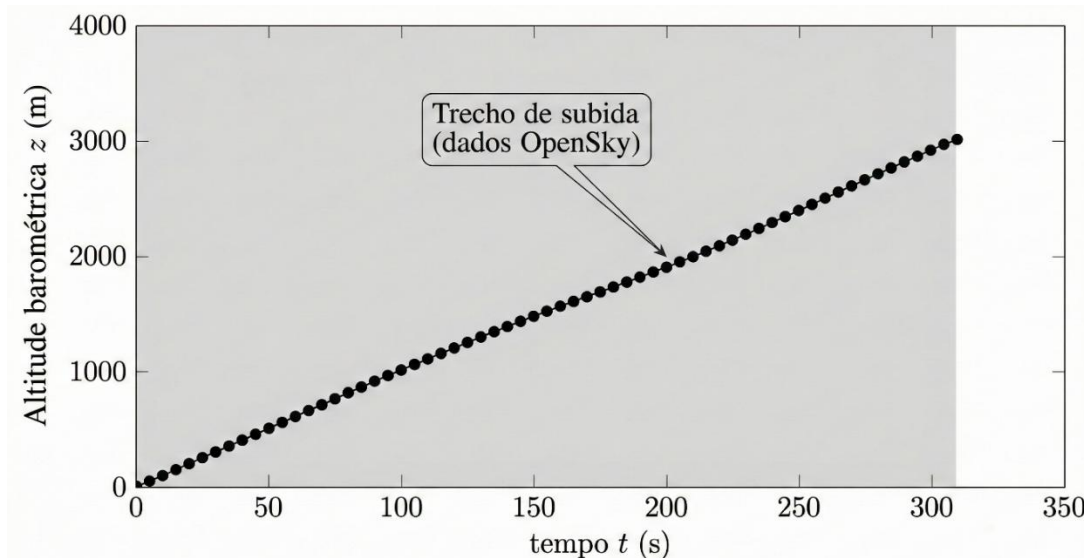


Figura 1 - Altitude barométrica  $z$  (m) em função do tempo  $t$  (s) para trecho de subida, Fonte: OpenSky Network (2026).

A delimitação do intervalo destacado torna explícito o recorte operacional adotado, no qual a variação de altitude é monotônica e suficientemente suave para sustentar um ajuste cinemático por trechos coerente com o modelo proposto.

A Tabela 1 apresenta os pontos discretos  $(t, z)$  utilizados no trecho real de subida selecionado. Para padronização, adota-se  $t = 0$  no primeiro ponto do trecho.

Tabela 1 - Dados do trecho de subida.

(t) (s)	(z) (m)
0	3962
9	3962
18	4267
26	4267
35	4267
42	4267
92	4572
125	4876
163	5181
196	5486
233	5791
282	6096
308	6400

Esses dados constituem o conjunto de entrada do ajuste cinemático, possibilitando reproduzir integralmente a estimação de  $v_{z0}$  e  $a_z$  a partir das equações do MRUV no eixo vertical.

Com base na Eq. (5), realizou-se um ajuste do tipo quadrático para representar a evolução de  $z$  no trecho:

$$z(t) = z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}a_z t^2 \quad (8)$$

O resultado do ajuste fornece estimativas para  $z_0$ ,  $v_{z0}$  e  $a_z$ , e permite avaliar a compatibilidade do trecho com a hipótese de aceleração aproximadamente constante. Para o trecho da Tabela 1, obteve-se:

$$\Delta t = 308 \text{ s}$$

$$\Delta z = 2438 \text{ m}$$

$$v_{z0} \approx 6,69 \text{ m/s}$$

$$a_z \approx 6,57 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$v_{z, \text{fim}} \approx 8,72 \text{ m/s}$$

$$\text{Métrica de aderência do ajuste: } R^2 \approx 0,993$$

A Tabela 2 organiza esses resultados para consulta direta.

Tabela 2 - Parâmetros cinemáticos estimados no trecho real de subida.

Grandeza	Símbolo	Valor
Duração do trecho	$\Delta t$	308 s
Variação de altitude	$\Delta z$	2438 m
Velocidade vertical inicial	$v_{z0}$	6,69 m/s
Aceleração vertical (por trecho)	$a_z$	$6,57 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$
Velocidade vertical final	$v_{z, \text{fim}}$	8,72 m/s
Aderência do ajuste	$R^2$	0,993

A organização dos resultados permite interpretar, de forma quantitativa, a magnitude de  $a_z$  em relação a  $g$  e, conseqüentemente, avaliar o quanto o movimento observado se aproxima de um regime quase estacionário em termos de balanço de forças.

A Figura 5 compara os pontos observados ( $t, z$ ) do trecho de subida com a curva ajustada do modelo  $z(t) = z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}a_z t^2$ , utilizada para estimar  $v_{z0}$  e  $a_z$  intervalo analisado.

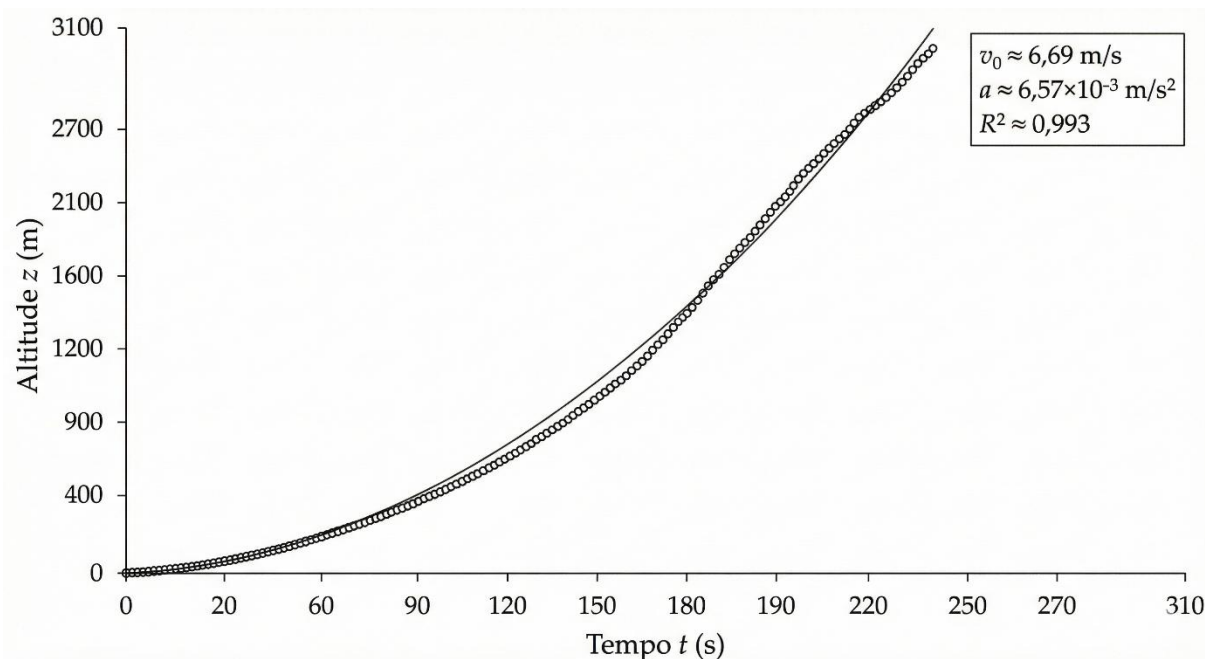


Figura 2 - Ajuste cinemático do trecho de subida,  
 Fonte: OpenSky Network (2026) e elaboração própria (2026).

A proximidade entre os dados discretos e o ajuste evidencia a adequação da hipótese  $a_z \approx$  constante no trecho, conferindo consistência à etapa subsequente de interpretação dinâmica via balanço de forças.

O valor estimado de  $a_z$  é muito pequeno em termos absolutos, o que indica que a velocidade vertical varia lentamente ao longo do trecho (de aproximadamente 6,69 para 8,72 m/s). Esse comportamento é compatível com um segmento operacional de subida em que o avião tende a uma razão de subida relativamente estável, mas ainda apresenta variação de  $v_z$  suficiente para caracterizar um transitório fraco.

Essa distinção é importante: o movimento pode exibir evolução mensurável de  $v_z$  sem que isso implique uma exigência dinâmica elevada (em termos de força excedente sobre o peso). É exatamente essa leitura que o objetivo do trabalho busca sustentar, ao articular MRUV (cinemática) com balanço de forças (dinâmica).

A partir do valor estimado de  $a_z$ , pode-se interpretar a demanda dinâmica do trecho diretamente via a Eq. (4):

$$\frac{L_z + T_z}{W} = 1 + \frac{a_z}{g}$$

Adotando  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  (aproximação local), tem-se:

$$\frac{a_z}{g} \approx \frac{0,00657}{9,81} \approx 6,70 \times 10^{-4}$$

Logo:

$$\frac{L_z + T_z}{W} \approx 1,00067$$

O resultado da Eq. (11) indica que, no trecho analisado, a soma  $L_z + T_z$  precisa ser apenas cerca de 0,067% maior que o peso para sustentar a aceleração vertical média do modelo. Essa magnitude é altamente esclarecedora: ela mostra que um trecho com variação perceptível de altitude e com razão de subida de alguns m/s pode, ainda assim, estar muito próximo do equilíbrio de forças no eixo vertical. Portanto:

Do ponto de vista do balanço de forças, o comportamento é quase estacionário (porque  $a_z/g$  é muito pequeno e  $L_z + T_z \approx W$ ).

Do ponto de vista da cinemática, existe um transitório suave, porque  $v_z$  não é rigorosamente constante ao longo de todo o trecho.

Essa dupla leitura (quase estacionário em forças vs. transitório em cinemática) é precisamente o tipo de interpretação coerente que o artigo pretende estruturar para a Dinâmica aplicada ao voo, evitando confusões comuns entre “subir/descer” e “estar acelerando fortemente”.

Para consolidar a distinção, adota-se o critério prático:

Quase estacionário (vertical):  $a_z \approx 0 \Rightarrow L_z + T_z \approx mg$

Transitório:  $a_z \neq 0 \Rightarrow L_z + T_z - mg = m \cdot a_z$

A Figura 6 sintetiza, em formato comparativo, as condições dinâmicas associadas aos regimes quase estacionário e transitório no eixo vertical.

Quase estacionário	Transitório
$a_z \approx 0$ $L_z + T_z \approx mg$	$a_z \neq 0$ $L_z + T_z - mg = m \cdot a_z$

Figura 3 - Comparação conceitual entre regime quase estacionário no eixo vertical, com equações e DCL simplificado, Fonte: Próprio Autor (2026).

Esse esquema reforça que a distinção entre regimes não depende apenas de ‘estar subindo ou descendo’, mas do valor de  $a_z$  e, portanto, do excesso (ou déficit) de força vertical em relação ao peso.

Para manter coerência com o modelo adotado (aceleração por trechos), considera-se uma descida representada por dois trechos:

a) Descida quase estacionária (taxa aproximadamente constante): Se  $v_z$  é aproximadamente constante (por exemplo,  $v_z = -3,0$  m/s) em uma janela, então:

$$a_z \approx 0 \Rightarrow \frac{L_z + T_z}{W} \approx 1$$

Esse é um caso prototípico de descida com forças verticalmente equilibradas (no sentido de não demandarem excesso sistemático sobre o peso).

b) Transitório de “arredondamento” (redução da razão de descida): Considere a redução de  $v_z = -3,0$  m/s para  $v_z = -0,5$  m/s em  $\Delta t = 10$ s. Pela definição:

$$a_z = \frac{\Delta v_z}{\Delta t} = -\frac{0,5 - (-3,0)}{10} = 0,25 \text{ m/2}^2$$

Então:

$$\frac{L_z + T_z}{W} = 1 + \frac{0,25}{9,81} \approx 1,0255$$

A Eq. (14) indica que, durante esse transitório, o sistema exige um “excesso” de aproximadamente 2,6% sobre o peso para reduzir a magnitude da descida naquele intervalo. Ou seja, o mesmo fenômeno operacional (“descer”) pode ser quase estacionário em um trecho e transitório em outro, dependendo do comportamento de  $v_z(t)$ . Essa leitura é diretamente consistente com o objetivo do artigo, pois estrutura um entendimento em que a hipótese de aceleração constante por trechos é utilizada como ferramenta de interpretação dinâmica: quando  $a_z$  é pequeno, a análise indica equilíbrio aproximado; quando  $a_z$  cresce, a análise evidencia a necessidade de maior resultante vertical.

A Figura 7 apresenta perfis típicos de  $v_z(t)$  para descida, contrastando um caso quase estacionário (razão de descida aproximadamente constante) com um caso transitório de redução de  $v_z$  em um intervalo de tempo definido.

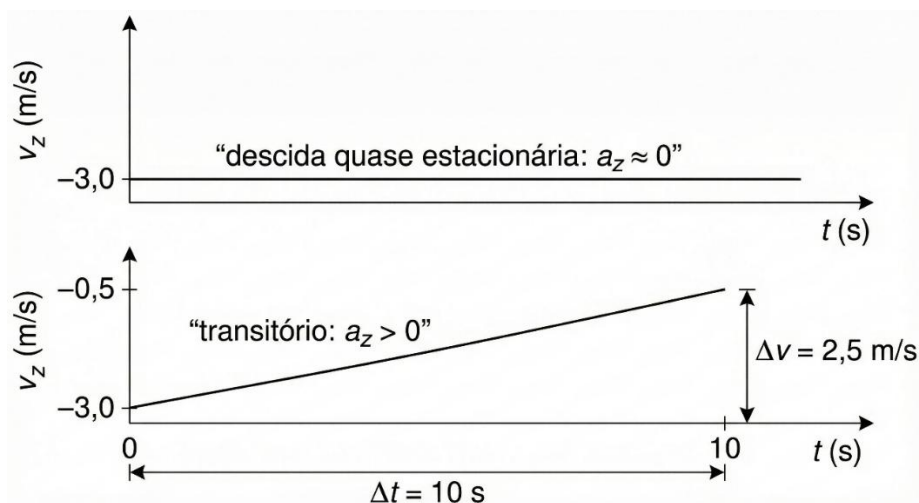


Figura 7 - Perfis de velocidade vertical para descida: (a) caso quase estacionário e (b) caso transitório, Fonte: Próprio Autor (2026).

O contraste gráfico evidencia como a presença de  $a_z > 0$  no transitório implica maior demanda de resultante vertical ( $L_z + T_z$ ), permitindo quantificar a diferença física entre ‘descer com taxa constante’ e ‘reduzir a taxa de descida’.

## 5 - Resultados e Discussão

A aplicação desenvolvida permitiu estimar, a partir de um trecho real de trajetória (Tabela 1), os parâmetros cinemáticos  $\Delta t$ ,  $\Delta z$ ,  $v_{z0}$ ,  $a_z$  e  $v_{z,fim}$  (Tabela 2) e, na sequência, interpretar esses resultados à luz do balanço de forças no eixo vertical (Figura 3) por meio das Eqs. (2)–(4). Essa organização é coerente com o objetivo do artigo, pois transforma a hipótese cinemática de aceleração aproximadamente constante por trechos em uma ferramenta de inferência dinâmica: a aceleração estimada em  $z$  “fecha” diretamente o balanço de forças e permite classificar o trecho como quase estacionário ou transitório.

Conforme apresentado na Tabela 2, para o trecho real de subida analisado, obteve-se  $\Delta t = 308$  s,  $\Delta z = 2438$  m,  $v_{z0} \approx 6,69$  m/s,  $a_z \approx 6,57 \times 10^{-3}$  m/s<sup>2</sup> e  $v_{z,fim} \approx 8,72$  m/s. A Figura 5 (ajuste “dados vs. modelo”) é o elemento que sustenta a consistência interna do trecho com o modelo  $z(t) = z_0 + v_{z0}t + 1/2 a_z t^2$ , evidenciada pelo elevado nível de aderência do ajuste ( $R^2 \approx 0,993$ ).

O valor de aceleração vertical estimado no trecho real é pequeno quando comparado com a gravidade. Ao normalizar a Eq. (3) pelo peso, obtém-se a relação adimensional (Eq. 4):

$$\frac{L_z + T_z}{W} = 1 + \frac{a_z}{g}$$

Com  $az \approx 0,00657 \text{ m/s}^2$  e  $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ , resulta  $az/g \approx 6,7 \times 10^{-4}$  e, portanto:

$$\frac{L_z + T_z}{W} \approx 1,00067$$

Fisicamente, isso indica que, no trecho analisado, a soma  $L_z + T_z$  excede o peso em aproximadamente 0,067% para explicar a aceleração vertical média do modelo. Esse número é altamente informativo: embora a aeronave esteja subindo (e  $v_z$  varie de 6,69 para 8,72 m/s), o “excesso” de força vertical necessário para produzir essa variação é muito pequeno. Logo, sob a ótica do balanço de forças (Figura 3), o trecho se comporta como quase estacionário em forças, ainda que exista um transitório fraco na cinemática (variação lenta de  $v_z$ ). Essa distinção atende diretamente ao objetivo do trabalho: a classificação de regime não se reduz a “subir/descer”, mas depende da ordem de grandeza de  $az/g$  e do fechamento do balanço de forças.

Para contextualizar os valores do trecho real, é útil converter as velocidades verticais para unidades operacionais (ft/min):  $1 \text{ m/s} \approx 196,85 \text{ ft/min}$ . Assim,  $v_{z0} \approx 6,69 \text{ m/s} \approx 1316 \text{ ft/min}$  e  $v_{z,\text{fim}} \approx 8,72 \text{ m/s} \approx 1716 \text{ ft/min}$ . Esses valores se situam na faixa frequentemente descrita como “normal” para subidas de aeronaves comerciais em diversos contextos, tipicamente da ordem de 1000–2000 ft/min (com variação significativa conforme massa, altitude, perfil e restrições ATC).

Além disso, há situações documentadas em que tripulações adotam deliberadamente taxas reduzidas de subida em torno de 1000 ft/min, por motivos operacionais (ex.: conforto, pressurização, restrições), o que reforça a plausibilidade do intervalo obtido a partir dos dados analisados.

Essa coerência com ordens de grandeza operacionais fortalece a interpretação de que o trecho selecionado é realista e que o modelo cinemático por trecho pode ser uma aproximação útil para apoiar inferências dinâmicas de primeira ordem, desde que aplicado com recortes bem definidos (como explicitado na Figura 4).

Na etapa de descida, foram discutidos dois cenários complementares, ambos coerentes com a lógica por trechos:

a) Descida quase estacionária (taxa aproximadamente constante). Em descidas estabilizadas com  $v_z$  aproximadamente constante, tem-se  $az \approx 0$ , implicando  $(L_z + T_z) / W \approx 1$ . Esse comportamento é compatível com perfis típicos de descida “econômica” em aeronaves comerciais, frequentemente próximos de potência reduzida e com taxas médias na ordem de 1500 – 2000 ft/min (variando conforme perfil e restrições).

b) Transitório de redução da razão de descida (“arredondamento”/controle de aproximação). No exemplo de frenagem vertical (de  $v_z = -3,0$  para  $-0,5 \text{ m/s}$  em 10s), calculou-se  $az = 0,25 \text{ m/s}^2$ , resultando em  $(L_z$

+  $T_z$ )/ $W \approx 1,0255$ . Esse valor traduz, em termos de forças, um “excesso” de aproximadamente 2,6% em relação ao peso para reduzir a magnitude da descida no intervalo. A Figura 7, ao contrastar um perfil  $v_z(t)$  constante e outro com variação linear, torna visualmente evidente que o transitório não é apenas uma mudança “geométrica” na trajetória, mas uma mudança no balanço de forças requerido.

Em termos de engenharia, esse contraste é relevante porque mostra que trechos de descida podem ser quase estacionários na maior parte do tempo e, ainda assim, apresentar curtos intervalos transitórios com demandas dinâmicas mais elevadas (ainda que muito inferiores a manobras de alto fator de carga). Isso sustenta interpretações coerentes para análises de desempenho, conforto e controle no eixo vertical.

## 6 - Conclusão

A presente pesquisa teve como objetivo estruturar uma interpretação consistente da dinâmica de subida e descida de aeronaves sob a hipótese de aceleração constante, articulando a descrição cinemática do movimento com o balanço de forças no eixo vertical e com a distinção entre regimes quase estacionários e transitórios. A partir da fundamentação teórica baseada no MRUV e nas Leis de Newton, foi possível estabelecer um encadeamento conceitual claro entre grandezas observáveis da trajetória — altitude, velocidade vertical e tempo — e as exigências dinâmicas associadas ao movimento em voo.

Os resultados obtidos a partir da aplicação do modelo a dados reais de trajetória demonstraram que a hipótese de aceleração aproximadamente constante por trechos constitui uma aproximação válida para intervalos operacionais curtos, permitindo representar adequadamente a evolução da altitude com elevada aderência matemática. A análise evidenciou que variações mensuráveis da velocidade vertical podem ocorrer mesmo quando o sistema permanece muito próximo do equilíbrio de forças, revelando que movimentos de subida ou descida nem sempre implicam acelerações dinâmicas significativas. Nesse contexto, verificou-se que a razão adimensional  $az/g$  se apresenta como um critério quantitativo eficiente para diferenciar regimes quase estacionários de transitórios suaves.

A integração entre modelagem cinemática e interpretação dinâmica mostrou-se particularmente relevante para evitar interpretações equivocadas comuns na análise do voo, especialmente a associação direta entre variação de altitude e presença de grandes forças resultantes. O estudo demonstrou que segmentos operacionais reais podem apresentar comportamento simultaneamente quase estacionário do ponto de vista das forças e transitório sob a ótica cinemática, reforçando a necessidade de análise conjunta dessas duas perspectivas.

Dessa forma, conclui-se que a hipótese de aceleração constante, quando aplicada de maneira criteriosa e limitada a trechos adequados, constitui uma ferramenta conceitual e analítica eficaz para a compreensão inicial da dinâmica vertical em aeronaves. Além de favorecer a interpretação física do

movimento, o modelo contribui para a comunicação técnica e para o ensino de Dinâmica aplicada ao voo, servindo como etapa intermediária entre modelos elementares e formulações de maior complexidade aerodinâmica. Como continuidade natural, estudos futuros podem incorporar variações explícitas das forças aerodinâmicas e efeitos não lineares, ampliando a fidelidade do modelo sem perder a clareza interpretativa estabelecida neste trabalho.

## Referências

ANDERSON, John D. **Fundamentals of aerodynamics**. 6. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2017.

ETKIN, Bernard; REID, Lloyd Duff. **Dynamics of flight: stability and control**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1996.

FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION (FAA). **Airplane Flying Handbook (FAA-H-8083-3C): Chapter 9 – Approaches and Landings**. [S. l.], s. d. Disponível em: [https://www.faa.gov/sites/faa.gov/files/regulations\\_policies/handbooks\\_manuals/aviation/airplane\\_handbook/10\\_afh\\_ch9.pdf](https://www.faa.gov/sites/faa.gov/files/regulations_policies/handbooks_manuals/aviation/airplane_handbook/10_afh_ch9.pdf). Acesso em: 17 fev. 2026.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física: mecânica**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HIBBELER, Russell C. **Engineering mechanics: dynamics**. 14. ed. Upper Saddle River: Pearson, 2016.

MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. **Engineering Mechanics: Dynamics**. 7. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.

NELSON, Robert C. **Flight stability and automatic control**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1998.

OATES, Leander. **Motion Graphs (College Board AP® Physics 1: Algebra-Based): Study Guide**. [S. l.]: Save My Exams, 10 Oct. 2024. Disponível em: <https://www.savemyexams.com/ap/physics/college-board/1-algebra-based/24/revision-notes/kinematics/representing-motion/motion-graphs/>. Acesso em: 17 fev. 2026.

OPEN SKY NETWORK. **Endpoint /api/tracks/all (trajetória por aeronave) – exemplo de consulta**. OpenSky Network. 2026. Disponível em: [https://www.aircraft.airbus.com/sites/g/files/jlcbta126/files/2025-01/AC\\_A320\\_0624.pdf?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.aircraft.airbus.com/sites/g/files/jlcbta126/files/2025-01/AC_A320_0624.pdf?utm_source=chatgpt.com). Acesso em: 17 fev. 2026.

OPENSky NETWORK. **OpenSky REST API**: root URL <https://opensky-network.org/api> (documentação e endpoints, incluindo “tracks”). [S. l.], s. d. Disponível em: <https://openskynetwork.github.io/opensky-api/rest.html>. Acesso em: 17 fev. 2026.

POLES, D. **Revision of Atmosphere Model in BADA Aircraft Performance Model**. Brétigny-sur-Orge: EUROCONTROL, 2010. (EEC Technical/Scientific Report No. 2010-01). Disponível em:

[https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/library/001\\_Revision\\_of\\_BADA\\_atmosphere\\_model.pdf](https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/library/001_Revision_of_BADA_atmosphere_model.pdf)  
. Acesso em: 17 fev. 2026.

SERWAY, Raymond A.; JEWETT, John W. **Física para cientistas e engenheiros: mecânica**. 9. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SMITH, Harry. **Axes Transformations**. Aircraft Flight Mechanics, 2023. Disponível em:  
<https://www.aircraftflightmechanics.com/EoMs/EulerTransforms.html> Acesso em: 17 fev. 2026.

STEVENS, Brian L.; LEWIS, Frank L. **Aircraft control and simulation**. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. **Física I: mecânica**. 14. ed. São Paulo: Pearson, 2016.