

Revista Eletrônica

AeroDesign

Magazine



Volume 18 - Número 1 – 2026

ISSN - 2177-5907

Análise Dinâmica do Movimento de Esteiras Industriais Automatizadas: Estudo das Forças Inerciais e Estabilidade de Carga

Breno Augusto Gabaldi Wolf
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
b.wolf@aluno.ifsp.edu.br

Pedro Virgílio Bueno
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
pedro.virgilio@aluno.ifsp.edu.br

Resumo

O presente artigo tem como objetivo analisar a dinâmica do movimento de esteiras industriais automatizadas, com foco nas forças de interação entre a correia transportadora e a carga útil durante regimes transitórios de aceleração e frenagem. A metodologia adotada baseia-se na aplicação rigorosa da Segunda Lei de Newton para translação e rotação, bem como nos princípios do atrito seco de Coulomb, para estabelecer um modelo dinâmico simplificado de uma unidade de carga. O estudo investiga as condições limites operacionais que previnem fenômenos indesejados, como o deslizamento relativo e o tombamento de objetos, falhas que comprometem a integridade do sistema produtivo. Foi realizada uma aplicação matemática simulando uma parada abrupta de emergência de uma esteira plana, cujos resultados obtidos a partir das equações de movimento foram analisados fisicamente. Os resultados demonstraram a relação direta entre a taxa de desaceleração imposta pelos inversores de frequência do sistema de automação e as restrições geométricas e de atrito da carga. Conclui-se que o controle preciso das rampas de velocidade é estritamente necessário para otimizar o transporte contínuo, mitigando gargalos e desgastes mecânicos na Indústria 4.0.

Palavras-chave:

Dinâmica de Máquinas; Esteiras Industriais; Deslizamento; Automação; Equilíbrio.

Abstract

This article aims to analyze the dynamics of automated industrial conveyor belts, focusing on the interaction forces between the conveyor belt and the payload during transient acceleration and braking regimes. The adopted methodology is based on the rigorous application of Newton's Second Law for translation and rotation, as well as Coulomb's dry friction principles, to establish a simplified dynamic model of a load

unit. The study investigates the operational boundary conditions that prevent unwanted phenomena, such as relative sliding and object tipping, failures that compromise the integrity of the production system. A mathematical application was performed simulating an abrupt emergency stop of a flat conveyor, whose results obtained from the equations of motion were physically analyzed. The results demonstrated the direct relationship between the deceleration rate imposed by the automation system's variable frequency drives and the geometric and friction constraints of the load. It is concluded that precise control of speed ramps is strictly necessary to optimize continuous transport, mitigating bottlenecks and mechanical wear in Industry 4.0.

Keywords

Machine Dynamics; Industrial Conveyors; Sliding; Automation; Equilibrium.

1 - Introdução

A engenharia moderna, impulsionada pelos paradigmas da Indústria 4.0 e pela crescente demanda por eficiência logística, tem exigido sistemas de manufatura cada vez mais rápidos, integrados e autônomos. Neste cenário, o transporte contínuo de materiais figura como a espinha dorsal das linhas de produção, sendo as esteiras industriais automatizadas os equipamentos mais amplamente empregados para a movimentação de matérias-primas e produtos acabados. Embora o funcionamento em regime permanente de velocidade desses equipamentos seja trivial do ponto de vista do equilíbrio de forças, a busca por maiores taxas de transferência de material (throughput) exige ciclos de aceleração e frenagem cada vez mais curtos. É exatamente nessas variações de velocidade que a estabilidade do sistema é posta à prova, tornando a análise física desses equipamentos um desafio inerente à engenharia.

No contexto da disciplina de Dinâmica das Máquinas, a compreensão do movimento de esteiras industriais automatizadas transcende a simples cinemática. Quando o sistema de automação impõe uma mudança no estado de movimento da correia — seja durante uma partida do motor, uma alteração de velocidade programada ou, criticamente, uma parada abrupta de emergência —, a carga transportada fica sujeita a forças inerciais significativas, governadas pela Segunda Lei de Newton. O problema central estudado neste artigo reside na interação de contato entre a base da carga e a superfície da correia durante esses regimes transitórios. Se a força inercial gerada pela desaceleração superar a força de atrito estático máxima disponível na interface, ocorrerá o fenômeno de deslizamento relativo. Simultaneamente, se o torque provocado por essa força inercial em relação à base geométrica da carga superar o torque estabilizador do seu próprio peso, ocorrerá o tombamento do objeto.

A justificativa para a escolha deste tema apoia-se nas severas consequências práticas que a negligência dessas variáveis dinâmicas pode acarretar. O escorregamento e o tombamento de unidades de carga resultam em perda de rastreabilidade do produto pelos sensores óticos da linha, avarias mecânicas severas aos materiais transportados, riscos ergonômicos e de acidentes para os operadores ao redor, além de paradas não programadas que afetam diretamente a rentabilidade da planta industrial. Academicamente, o tema possui alta relevância ao criar uma ponte essencial entre a mecânica clássica dos corpos rígidos e as modernas estratégias de automação eletromecânica, demonstrando que o ajuste de parâmetros em inversores de frequência (como as rampas de aceleração) deve ser invariavelmente subordinado aos limites físicos ditados pela dinâmica.

Diante do problema exposto, este artigo tem como objetivo geral analisar o comportamento dinâmico e as condições de estabilidade de cargas unitárias dispostas sobre esteiras transportadoras horizontais automatizadas, com ênfase nos instantes críticos de frenagem brusca.

Para alcançar este propósito, definem-se os seguintes objetivos específicos:

Modelar analiticamente as forças reais e inerciais atuantes sobre um bloco rígido em translação e sujeito a uma taxa de desaceleração constante, construindo os respectivos Diagramas de Corpo Livre;

Deduzir matematicamente as inequações limites de equilíbrio dinâmico que determinam as condições exatas de iminência de escorregamento e tombamento, em função da geometria da carga e dos coeficientes de atrito;

Realizar uma aplicação matemática quantitativa do tema apresentado, simulando um cenário industrial hipotético de parada de emergência, a fim de analisar criticamente os resultados obtidos e validar a necessidade do controle dinâmico preciso no maquinário.

2 - Fundamentação Teórica

Nesta seção, são apresentados os conceitos teóricos e os princípios físicos fundamentais que embasam a modelagem e a análise do comportamento da carga sobre a esteira transportadora. O estudo de sistemas mecânicos em regimes transitórios de velocidade insere-se no campo da Dinâmica dos Corpos Rígidos, ramo da mecânica clássica que correlaciona as forças atuantes em um corpo com o movimento por elas gerado. Conforme a literatura clássica de Hibbeler e Beer e Johnston, a dinâmica subdivide-se em cinemática, o estudo da geometria do movimento, e cinética, o estudo da relação entre as forças, a massa e o movimento.

A base matemática primordial para a análise da translação de unidades de carga em esteiras industriais é a Segunda Lei de Newton, ou Princípio Fundamental da Dinâmica. Esta lei postula que a força resultante [somatório das forças (ΣF)] que atua sobre um corpo rígido é proporcional à taxa de variação

temporal da sua quantidade de movimento linear. Para sistemas macroscópicos de massa constante (m), a equação simplifica-se para o produto da massa pela aceleração vetorial (a) do centro de massa do corpo. Matematicamente, a Segunda Lei de Newton é expressa pela Equação 1:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad (1)$$

No contexto de uma esteira transportadora operando em regime permanente (velocidade constante), a aceleração do sistema é nula ($a=0$), configurando um estado de equilíbrio dinâmico onde o somatório das forças horizontais é zero. Contudo, durante partidas, paradas programadas ou acionamentos de emergência, o sistema de automação impõe uma variação de velocidade. Essa aceleração ou desaceleração gera forças inerciais que devem ser rigorosamente contrabalançadas pelas forças de interação na interface de contato entre a base da carga e a superfície da correia.

A força responsável por acoplar o movimento da esteira ao movimento da carga é a força de atrito seco. O modelo clássico de atrito de Coulomb distingue essa força em dois regimes principais: o estático e o cinético. O atrito estático atua quando não há movimento relativo (escorregamento) entre as superfícies em contato. Para que a carga acompanhe perfeitamente a desaceleração da esteira, a força tangencial exigida pela inércia do corpo deve ser suportada pelo atrito estático. A magnitude máxima que essa força de atrito estático pode atingir antes que o deslizamento ocorra é diretamente proporcional à Força Normal (N) de compressão entre as superfícies, sendo a constante de proporcionalidade denominada coeficiente de atrito estático (μ_s), conforme a Equação 2:

$$F_{s,max} = \mu_s \cdot N \quad (2)$$

O coeficiente μ_s é uma propriedade empírica adimensional que depende intrinsecamente da natureza dos materiais em contato (por exemplo, papelão sobre borracha polimérica) e de sua rugosidade superficial. Caso a força inercial solicitada supere o limite estabelecido por $F_{s,max}$, o equilíbrio estático relativo é rompido. A partir desse instante crítico, a carga passa a deslizar sobre a esteira, e o atrito passa a ser governado pelo coeficiente de atrito cinético (μ_k), cujo valor é caracteristicamente inferior ao estático ($\mu_k < \mu_s$), o que agrava o deslocamento relativo da carga.

Além da translação horizontal, a análise completa da estabilidade da carga exige o estudo da dinâmica de rotação para prever o fenômeno do tombamento. Segundo Beer e Johnston, um corpo rígido sujeito a uma aceleração translacional experimenta uma tendência de rotação se a linha de ação da força

resultante não passar pelo seu centro de gravidade. Durante uma frenagem brusca, a força inercial atua no centro de massa do objeto (localizado a uma altura h da base), gerando um momento (ou torque) em relação à aresta frontal de apoio da carga.

Para que o objeto não tombe, os princípios de equilíbrio de momentos devem ser satisfeitos. O momento gerado pela força peso ($P = m \cdot g$) atua como o torque restaurador (estabilizador). No limite da iminência de tombamento, a distribuição da Força Normal na base do objeto deixa de ser uniforme e concentra-se inteiramente na aresta extrema da direção do movimento. O equacionamento desse limite rotacional é vital para o dimensionamento seguro da logística de objetos altos e com base estreita.

Por fim, do ponto de vista energético, a Dinâmica estabelece o Princípio do Trabalho e da Energia, o qual dita que a energia cinética ($E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$) acumulada pela carga em movimento de cruzeiro deve ser integralmente dissipada ou absorvida durante o processo de parada. Nas esteiras automatizadas modernas, inversores de frequência eletrônicos são programados para extrair essa energia do sistema gradativamente por meio de rampas de desaceleração (Ramp-down), evitando que essa energia cinética seja violentamente convertida em trabalho de atrito destrutivo (deslizamento) ou em energia potencial de rotação (tombamento da carga)

3 - Metodologia

A presente seção descreve a metodologia empregada para conduzir a análise dinâmica da estabilidade de cargas sobre esteiras industriais. O estudo foi desenvolvido por meio de uma abordagem analítica e quantitativa, fundamentada na modelagem matemática de um sistema físico simplificado, cujas equações de movimento foram derivadas a partir das Leis de Newton. A metodologia foi estruturada de modo a permitir que os procedimentos utilizados para a análise sejam plenamente compreendidos e reproduzidos.

3.1 - Descrição do Modelo Físico e Sistema de Coordenadas

O sistema mecânico analisado consiste em um transportador de correia plano operando em um trecho retilíneo e estritamente horizontal. A unidade de carga transportada foi modelada como um bloco prismático retangular sólido. Para a parametrização deste modelo físico, definiram-se as seguintes variáveis geométricas e inerciais da carga: massa total representada por “ M ”; largura da base de contato orientada na direção do movimento representada por “ b ”; e a altura do centro de massa em relação à superfície da correia representada por “ h ”.

Para a correta formulação das equações cinemáticas e dinâmicas, definiu-se um sistema de coordenadas cartesiano bidimensional com referencial inercial fixo no solo (estrutura fixa da esteira). O eixo horizontal (x) foi alinhado paralelamente à superfície da correia, adotando-se o sentido positivo na mesma direção do fluxo de transporte da esteira em regime permanente. O eixo vertical (y) foi posicionado ortogonalmente à superfície da correia, com o sentido positivo apontando para cima, contrapondo-se ao vetor da gravidade.

3.2 - Hipóteses Simplificadoras

Para viabilizar a modelagem analítica e isolar as variáveis de interesse (forças inerciais e atritos), foram adotados critérios rigorosos de simplificação do problema. As seguintes hipóteses simplificadoras foram assumidas para a condução deste estudo:

Rigidez do corpo: A carga transportada é considerada um corpo rígido ideal. Desprezam-se quaisquer deformações elásticas ou plásticas na estrutura da caixa ou embalagem durante as acelerações.

Distribuição de massa: Assume-se que a massa “m” da carga é perfeitamente homogênea e isotrópica, o que localiza o seu centro de gravidade (C.G.) exatamente no centro geométrico do bloco prismático.

Rigidez da correia: O trecho da correia transportadora localizado imediatamente sob a carga é considerado inextensível e verticalmente rígido. Despreza-se a deflexão (catenária) da correia entre os roletes de sustentação, bem como os efeitos de vibração transversal e ondas de choque longitudinais na borracha.

Resistência aerodinâmica: As forças de arrasto aerodinâmico atuantes sobre a carga são consideradas nulas, dado que as velocidades típicas de transporte contínuo em ambientes industriais fechados (geralmente inferiores a 3 m/s) não geram pressões dinâmicas de ar significativas frente às massas transportadas.

Modelo de atrito: A interação de contato entre a base da carga e a esteira é regida exclusivamente pelo modelo de atrito seco de Coulomb, caracterizado pelos coeficientes de atrito estático (μ_s) e cinético (μ_k), considerados constantes e independentes da área de contato macroscópica.

3.3 - Procedimentos de Análise e Diagrama de Corpo Livre

O procedimento utilizado para a análise consistiu em avaliar o sistema em seu regime transitório mais crítico: a frenagem de emergência (desaceleração). Neste cenário, a esteira sofre uma aceleração vetorial orientada no sentido negativo do eixo x.

Para equacionar o problema, elaborou-se o Diagrama de Corpo Livre (DCL) da carga. O DCL é a representação vetorial de todas as forças externas reais que atuam sobre o corpo isolado. No modelo proposto, o diagrama apresenta:

A Força Peso (P): Originada pela atração gravitacional, aplicada no centro de massa e direcionada paralelamente ao eixo y, no sentido negativo.

A Força Normal (N): Representando a reação de apoio da esteira, aplicada perpendicularmente à base da carga e direcionada no sentido positivo do eixo y.

A Força de Atrito (f_s): Aplicada na interface de contato mecânico. Durante a frenagem da esteira, a carga tende a manter seu estado de movimento retilíneo e uniforme por inércia (deslizando para a frente em relação à correia). Portanto, a força de atrito exercida pela esteira sobre a carga atua no sentido oposto a essa tendência, ou seja, no sentido negativo do eixo x, sendo a força responsável por desacelerar o bloco.

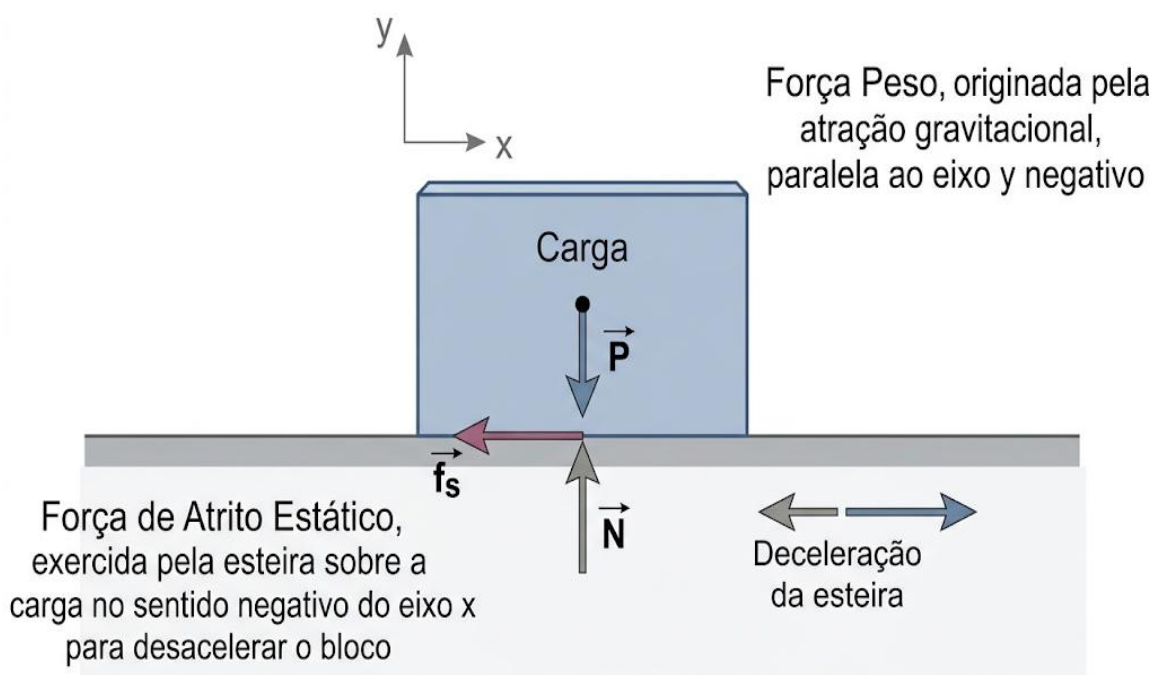


Figura 1 - Diagrama de corpo livre da carga

A partir da apresentação deste diagrama de corpo livre e do sistema de coordenadas, os procedimentos analíticos subsequentes envolveram a aplicação da Segunda Lei de Newton (para garantir a condição de não escorregamento) e das equações de equilíbrio de momentos em relação à aresta frontal inferior do bloco (para garantir a condição de não tombamento), cujos desenvolvimentos matemáticos são detalhados na seção de análise do artigo.

4 - Análise e Desenvolvimento

Esta seção destina-se ao desenvolvimento do modelo matemático que rege a dinâmica da carga sobre a esteira transportadora, culminando na aplicação prática das equações deduzidas. O foco da análise reside no instante em que a esteira sofre uma desaceleração, impondo forças inerciais ao sistema.

4.1 - Modelagem Dinâmica da Translação (Condição de Não Deslizamento)

A análise inicia-se pela avaliação do equilíbrio translacional da carga. Considerando o referencial inercial adotado, aplica-se a Segunda Lei de Newton para o eixo vertical (y). Como não há movimento do bloco na direção ortogonal à superfície da esteira, a aceleração neste eixo é nula. Portanto, o somatório das forças verticais estabelece o equilíbrio entre a Força Normal (N) e a Força Peso (P), onde "m" é a massa da carga e "g" é a aceleração da gravidade:

$$N - m \cdot g = 0 \Rightarrow N = m \cdot g \quad (3)$$

No eixo horizontal (x), a única força de contato capaz de alterar a quantidade de movimento da carga e mantê-la síncrona com a esteira é a força de atrito estático (f_s). Durante uma frenagem com desaceleração absoluta $|a|$, a equação de movimento do bloco, assumindo que ele acompanha a correia sem escorregar, é dada por:

$$f_s = m \cdot |a| \quad (4)$$

Para garantir a integridade do transporte, o bloco não pode deslizar. Segundo o modelo de Coulomb, isso exige que a força de atrito solicitada pela inércia (Equação 2) seja estritamente menor ou igual à força de atrito estático máxima disponível na interface, definida por $f_{s,max} = \mu_s \cdot N$, onde " μ_s " é o coeficiente de atrito estático. Substituindo a Equação 1 nesta condição, obtém-se:

$$m \cdot |a| \leq \mu_s \cdot (m \cdot g) \quad (5)$$

Isolando a variável da aceleração, chega-se à inequação limite fundamental para o deslizamento:

$$|a| \leq \mu_s \cdot g \quad (6)$$

A Equação 6 revela um princípio físico crucial para o projeto de automação: a desaceleração máxima suportada pelo sistema antes do escorregamento independe da massa do corpo transportado, sendo uma função exclusiva do coeficiente de atrito da correia e da gravidade local.

4.2 - Modelagem Dinâmica da Rotação (Condição de Não Tombamento)

Além da translação, a força inercial gerada durante a frenagem atua no centro de gravidade da carga, localizado a uma altura "h" da base, provocando uma tendência de rotação. Para evitar o tombamento frontal, o momento gerado pela força inercial deve ser neutralizado pelo momento restaurador gerado pela força peso.

Calculando o somatório de momentos no limite da iminência de tombamento, o eixo de rotação virtual localiza-se na aresta frontal inferior do bloco. A Força Normal concentra-se neste ponto. A distância da linha de ação da Força Peso até esta aresta é metade da largura da base ($\frac{b}{2}$). Assim, a condição de estabilidade rotacional exige que o torque do peso seja maior que o torque inercial:

$$m \cdot g \cdot \left(\frac{b}{2}\right) - m \cdot |a| \cdot h > 0 \quad (7)$$

Isolando a desaceleração, obtém-se a inequação limite para o tombamento:

$$|a| < g \cdot \left(\frac{b}{2 \cdot h}\right) \quad (8)$$

A Equação 8 demonstra que o risco de tombamento é puramente dependente da geometria do objeto transportado (relação entre a largura da base e a altura do centro de massa), reafirmando que a massa total se anula no equacionamento do equilíbrio dinâmico.

4.3 - Modelagem Dinâmica em Trajetórias Curvilíneas (Deslizamento Lateral)

Além das acelerações longitudinais oriundas de partidas e paradas, as esteiras industriais frequentemente possuem trechos curvos para otimização do layout fabril. Nestes trechos, mesmo operando em velocidade escalar constante (v), a carga sofre uma alteração na direção do seu vetor velocidade, caracterizando o surgimento de uma aceleração centrípeta apontada para o centro de curvatura da esteira.

Para o referencial não-inercial da carga, surge uma força centrífuga aparente que tende a ejetar o objeto radialmente para fora da esteira. Para que a carga realize a curva sem sofrer deslizamento lateral, a

força de atrito estático radial deve ser suficiente para atuar como força centrípeta. Aplicando a Segunda Lei de Newton na direção radial, temos:

$$f_s = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad (9)$$

Onde R é o raio de curvatura da esteira. Considerando o limite de iminência de escorregamento ($f_s = \mu_s \cdot N$), a velocidade máxima de operação na curva é deduzida por:

$$v \leq \sqrt{\mu_s \cdot R \cdot g} \quad (10)$$

Esta inequação (Equação 10) demonstra que, em trechos curvos, a velocidade máxima de transporte é limitada severamente pelo raio da curva e pelo coeficiente de atrito. A inobservância deste limite resultará no escorregamento lateral da carga, podendo causar quedas do transportador ou choques contra as guardas laterais de proteção.

4.4 - Aplicação Matemática do Tema

Atendendo aos requisitos do estudo, o modelo desenvolvido é agora aplicado a um cenário industrial prático para validação. Considera-se um sistema logístico automatizado operando uma esteira transportadora plana.

Os parâmetros físicos do sistema são:

Massa da unidade de carga: $m = 25$ kg

Altura do centro de massa: $h = 0,4$ m (carga com altura total de 0,8 m)

Largura da base na direção do movimento: $b = 0,5$ m

Velocidade de regime permanente: $v_0 = 1,8$ m/s

Coefficiente de atrito estático (papêlão sobre polímero): $\mu_s = 0,38$

Aceleração da gravidade: $g = 9,81$ m/s²

O Controlador Lógico Programável (CLP) da esteira está parametrizado com dois perfis de frenagem. O primeiro é a Parada Normal, configurada para imobilizar a esteira em $t = 1,5$ s. O segundo é a Parada de Emergência, configurada para atuar em $t = 0,4$ s.

Assumindo uma taxa de variação de velocidade constante, calculam-se as desacelerações impostas aos dois cenários:

$$a = \frac{(v_{final} - v_{inicial})}{t}$$

Desaceleração imposta na Parada Normal:

$$|a_{normal}| = \frac{1,8 - 0}{1,5} = 1,2 \text{ m/s}^2$$

Desaceleração imposta na Parada de Emergência:

$$|a_{emerg}| = \frac{1,8 - 0}{0,4} = 4,5 \text{ m/s}^2$$

De posse das solicitações do sistema, calculam-se as restrições físicas do conjunto utilizando as equações limite deduzidas anteriormente.

Cálculo do Limite Máximo de Deslizamento (utilizando a Eq. 6):

$$|a_{max_desl}| = 0,38 \cdot 9,81 = 3,72 \text{ m/s}^2$$

Cálculo do Limite Máximo de Tombamento (utilizando a Eq. 8):

$$|a_{max_tomb}| = 9,81 \cdot \left(\frac{0,5}{2 \cdot 0,4}\right) = 6,13 \text{ m/s}^2$$

Os valores calculados nas Equações 11, 12, 13 e 14 formam a base analítica que será interpretada fisicamente e discutida na seção subsequente, a fim de determinar a viabilidade operacional do sistema de automação proposto.

Cálculo da Velocidade Máxima em Trajetória Curvilínea (utilizando a Eq. 10): Para validar o modelo dinâmico radial, assume-se a inclusão de um trecho curvo no layout fabril com raio constante $R = 1,0$ m. O limite de velocidade para que a carga não sofra deslizamento lateral sob a ação da aceleração centrípeta é calculado por:

$$v = \sqrt{0,38 \cdot 1 \cdot 9,81} = \sqrt{3,7278} \cong 1,93 \text{ m/s}$$

4.5 - Validação Computacional (Simulink e Fusion 360)

Para corroborar a modelagem analítica, a rotina de frenagem foi primeiramente simulada no ambiente Simulink/MATLAB (Figuras 2 e 3), confirmando o perfil transiente de aceleração de pico de -4,5 m/s² aplicado ao sistema durante a parada de emergência.

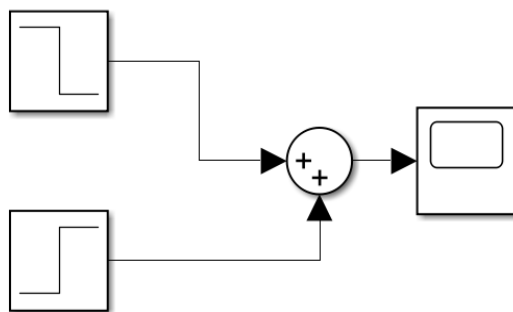


Figura 2 - Função utilizada no simulink para parada abrupta.

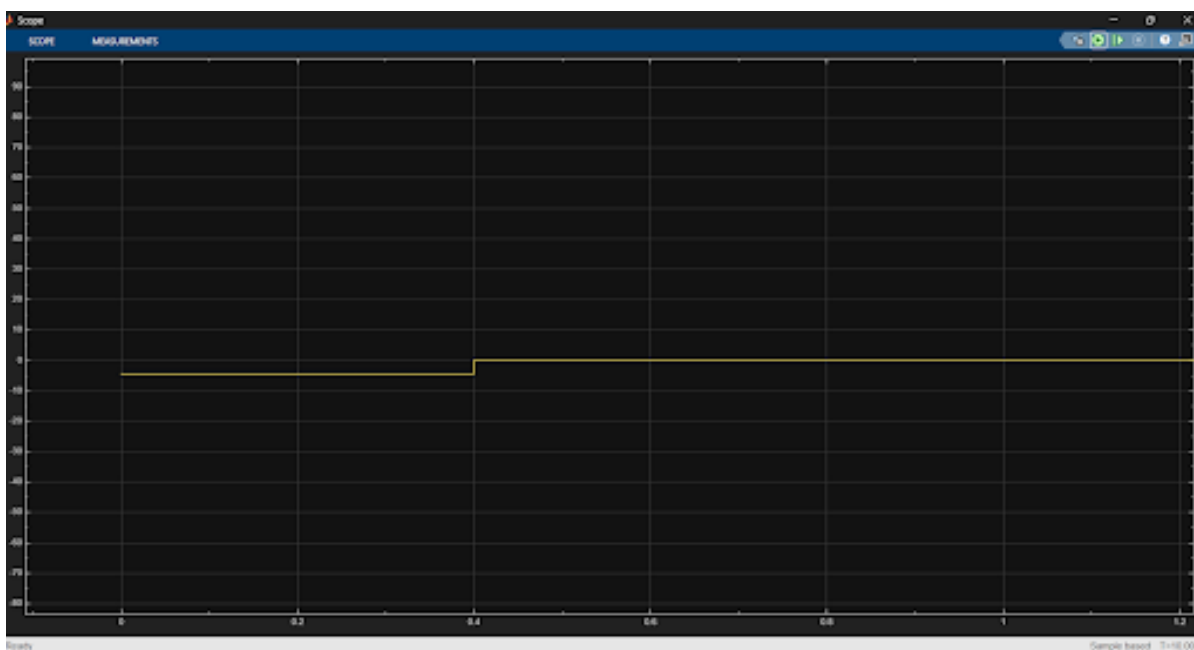


Figura 3 - Gráfico da aceleração negativa (frenagem) em função do tempo.

Em seguida, para avaliar o comportamento cinemático e o deslocamento relativo da carga, o cenário foi reproduzido no ambiente de Simulação de Eventos Dinâmicos do software Autodesk Fusion 360. A carga de 25 kg (na proporção do Software, a caixa pesa 1570 kg) foi submetida à força inercial correspondente à frenagem de emergência sobre uma superfície com coeficiente de atrito de 0,38.

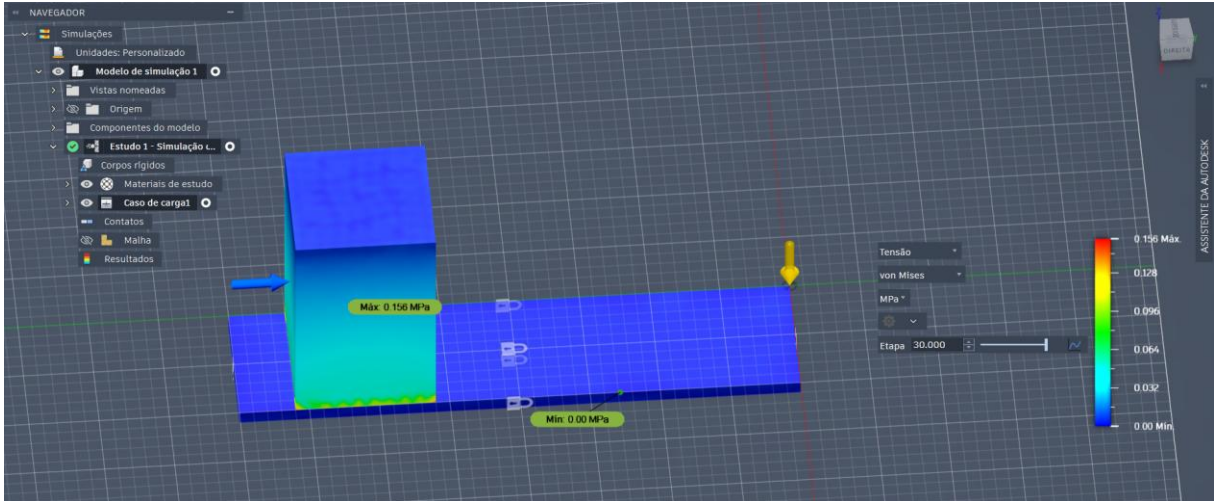


Figura 4 - Ambiente de simulação no fusion

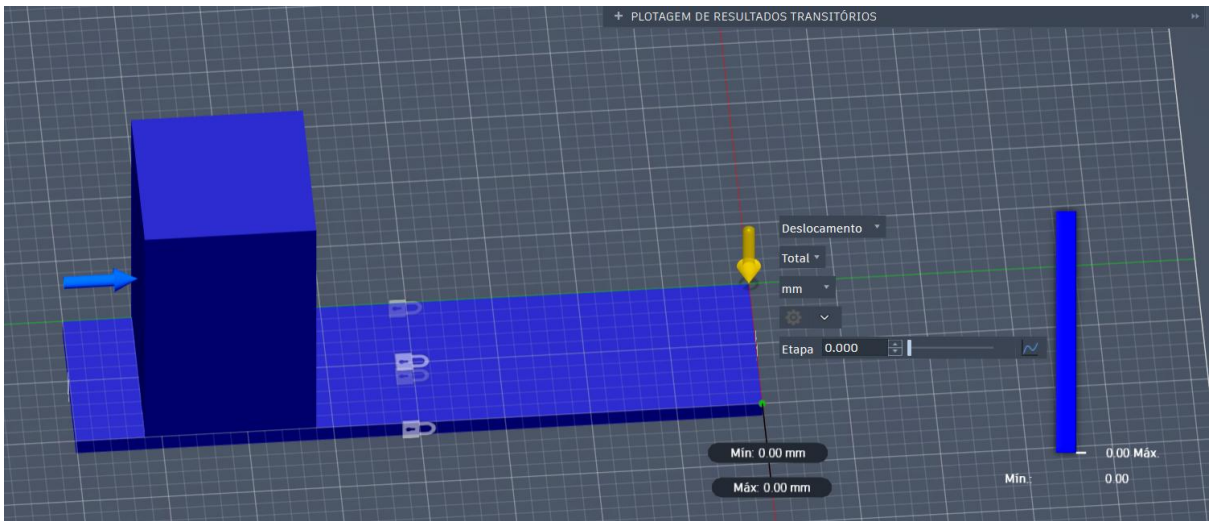


Figura 5 - Simulação de eventos dinâmicos ilustrando o escorregamento relativo da carga sob frenagem de emergência (momento anterior a parada).

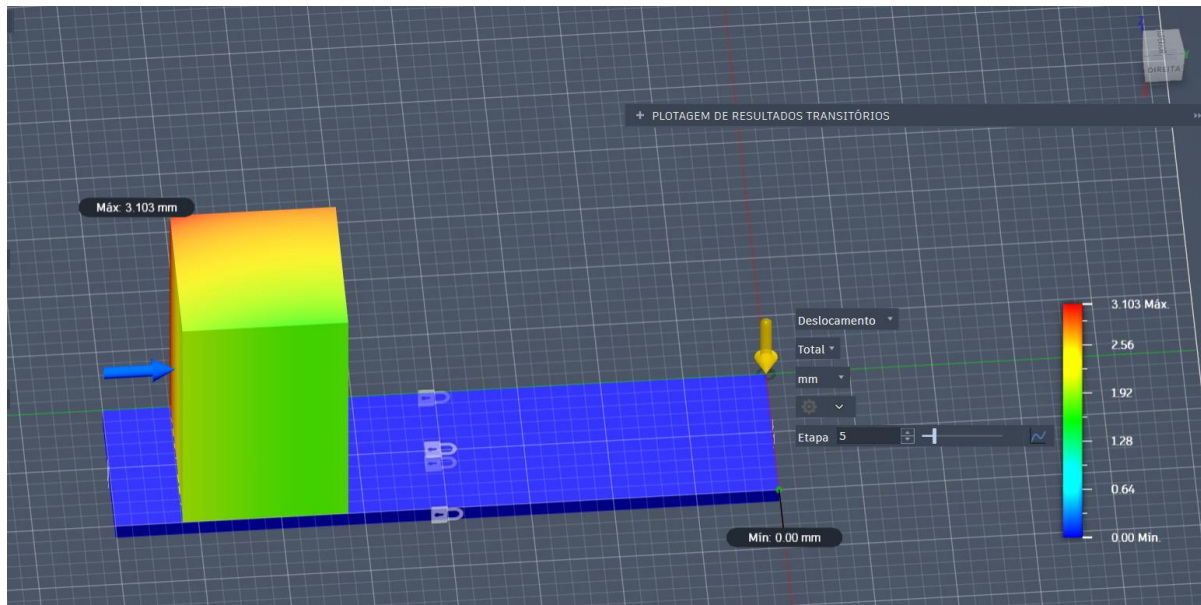


Figura 6 - Simulação de eventos dinâmicos ilustrando o escorregamento relativo da carga sob frenagem de emergência (durante a parada).

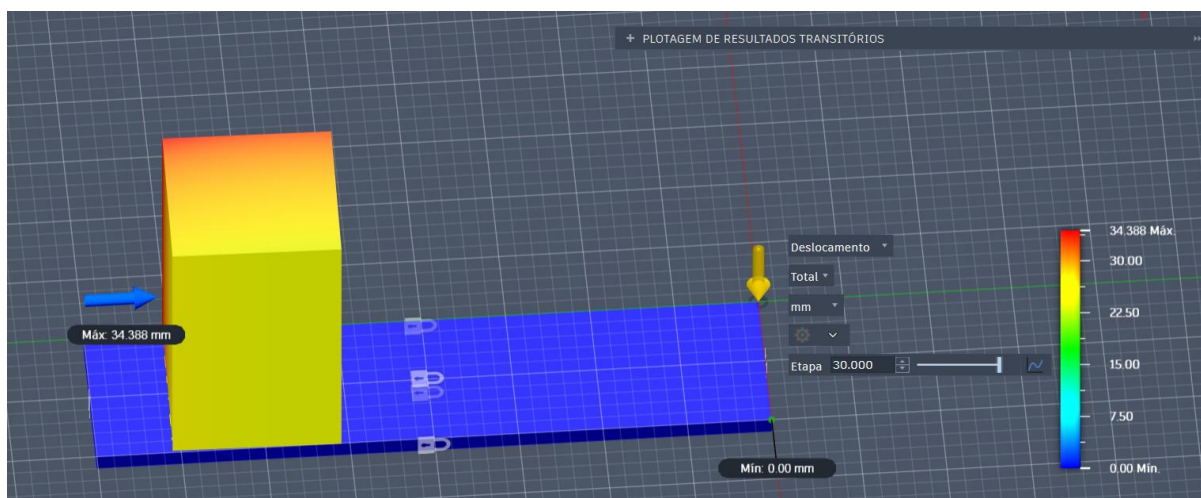


Figura 7 - Simulação de eventos dinâmicos ilustrando o escorregamento relativo da carga sob frenagem de emergência (após o momento da parada).

O resultado visual e numérico extraído do software confirmou a previsão teórica: a força de inércia superou o atrito estático máximo, gerando o deslizamento da caixa sobre a correia, sem, contudo, provocar o seu tombamento frontal, validando as equações limite propostas neste estudo.

5 - Resultados e Discussão

Nesta seção, os resultados quantitativos obtidos a partir da modelagem matemática e da aplicação do cenário industrial são interpretados fisicamente. A análise foca na viabilidade operacional do sistema de automação frente aos limites dinâmicos impostos pela mecânica clássica.

Durante o cenário de parada normal, o inversor de frequência impõe uma desaceleração de $1,2 \text{ m/s}^2$ ao sistema. Ao comparar este valor com as restrições físicas calculadas, constata-se que a solitação inercial é significativamente inferior tanto ao limite de deslizamento ($3,72 \text{ m/s}^2$) quanto ao limite de tombamento ($6,13 \text{ m/s}^2$). Fisicamente, isso indica que a força de atrito requerida para desacelerar a carga é amplamente suprida pela capacidade de atrito estático da interface papelão-polímero. Simultaneamente, o torque estabilizador gerado pelo peso da caixa é muito superior ao torque inercial de tombamento. Logo, conclui-se que o perfil de parada normal é coerente e garante uma operação com total estabilidade e segurança.

Entretanto, a análise do cenário de parada de emergência revela uma falha crítica de projeto. A desaceleração gerada neste regime atinge $4,5 \text{ m/s}^2$. Este valor supera o limite máximo de deslizamento suportado pelo sistema ($3,72 \text{ m/s}^2$). A implicação física direta deste resultado é o rompimento do estado de equilíbrio estático relativo: a inércia impelirá a caixa com uma força tangencial que o atrito estático não consegue reter. Consequentemente, a carga passará a escorregar sobre a correia transportadora.

Nota-se, porém, que o valor de $4,5 \text{ m/s}^2$ ainda se mantém abaixo do limite de tombamento estabelecido pela geometria da caixa ($6,13 \text{ m/s}^2$). Portanto, o modelo prevê que a carga deslizará linearmente para frente, mas não chegará a tombar sobre a esteira.

As implicações práticas deste escorregamento para a engenharia e para a Indústria 4.0 são severas. Em linhas de manufatura automatizadas, o posicionamento exato da carga é monitorado por *encoders* no motor e sensores óticos ao longo da via. O deslizamento relativo da caixa acarreta a perda imediata da rastreabilidade física do produto pelo Controlador Lógico Programável (CLP). Em uma situação real, isso pode causar o encavalamento de caixas nas estações subsequentes, danos às embalagens e a necessidade de intervenção humana para reposicionar os lotes, gerando tempo de máquina parada (*downtime*) e prejuízos financeiros.

Para solucionar este gargalo dinâmico, a engenharia dispõe de duas abordagens principais. A primeira, de natureza mecânica, consistiria em substituir o revestimento da correia transportadora por um elastômero com coeficiente de atrito estático superior ($\mu_s > 0,46$), o que elevaria o limite físico da máquina. A segunda solução, de natureza eletroeletrônica e geralmente mais viável, envolveria a reprogramação do *drive* do motor. O engenheiro de controle precisaria aumentar o tempo da rampa de desaceleração (*Ramp-*

down) da emergência para um valor $t > 0,49s$, garantindo que a aceleração de pico caia para níveis seguros, inferiores a $3,72m/s^2$.

Adicionalmente, a avaliação matemática do trecho curvo (raio de 1,0 m) revelou um limite de velocidade geométrica de 1,93 m/s. Como a esteira opera em regime permanente a 1,8 m/s, conclui-se que o sistema logístico executaria a curva com estabilidade lateral, sem ejetar a caixa. Contudo, a estreita margem entre a velocidade nominal e o limite crítico indica que qualquer tentativa futura de aumentar o throughput da linha (elevando a velocidade, por exemplo, para 2,0 m/s) exigiria obrigatoriamente a ampliação do raio físico da curva ou o uso de uma correia de maior aderência.

Por fim, é imperativo reconhecer as limitações do modelo físico adotado. A premissa de que a caixa se comporta como um corpo perfeitamente rígido é uma simplificação. Na prática, embalagens de papelão sofrem deformações elásticas e plásticas microscópicas que absorvem parte da energia cinética. Além disso, a correia transportadora foi modelada como inextensível. Em sistemas reais de grande comprimento, a borracha atua como uma mola viscoelástica; uma parada abrupta do motor gera uma onda de choque mecânica (tranco ou *jerk*) que viaja ao longo da correia, podendo gerar picos transientes de aceleração localizados muito superiores à média calculada. Tais fenômenos vibratórios justificam a necessidade de margens de segurança rigorosas no dimensionamento mecânico e sugerem o uso de simulações em softwares de múltiplos corpos como validação complementar.

6 - Conclusão

O presente artigo cumpriu satisfatoriamente os objetivos propostos ao analisar a dinâmica de cargas sobre esteiras industriais automatizadas, com enfoque nas forças inerciais geradas durante regimes transitórios de frenagem e em trajetórias curvilíneas.

A partir da modelagem matemática fundamentada nas Leis de Newton e no modelo de atrito de Coulomb, deduziram-se as inequações que regem o equilíbrio dinâmico da carga. O estudo evidenciou que a estabilidade translacional e rotacional de um objeto sob desaceleração independe de sua massa total. O deslizamento é governado estritamente pelo coeficiente de atrito estático, enquanto o tombamento é uma função direta da geometria do corpo (relação entre base e altura do centro de massa). Ademais, a expansão do modelo para trechos curvos comprovou que o raio de curvatura impõe um limite matemático absoluto para a velocidade máxima de transporte, sob o risco de deslizamento lateral provocado por forças centrífugas.

A simulação computacional validou o cenário crítico de parada de emergência. A falha por escorregamento observada demonstra a importância de integrar o dimensionamento mecânico às estratégias de controle da Indústria 4.0. Fica comprovado que a parametrização de inversores de frequência não pode

ser arbitrária; rampas de desaceleração abruptas acarretam a perda de rastreabilidade física do produto e danos logísticos.

Por fim, reconhecendo que o modelo adotado tratou a carga como um corpo perfeitamente rígido e a correia como um elemento inextensível, sugere-se para trabalhos futuros a incorporação do comportamento viscoelástico da borracha e a análise de ondas de choque longitudinais (jerk), fenômenos vibratórios que podem gerar picos transientes ainda mais severos que as médias nominais aqui calculadas.

7 – Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *ABNT NBR 6177: Transportadores contínuos – Transportadores de correia – Terminologia*. Rio de Janeiro: ABNT, 2011.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR., E. R.; CORNWELL, P. J. *Mecânica vetorial para engenheiros: dinâmica*. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

FRANCHI, C. M. *Acionamentos elétricos*. 4. ed. São Paulo: Érica, 2008.

HIBBELER, R. C. *Dinâmica: mecânica para engenharia*. 14. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2018.

MELCONIAN, S. *Elementos de máquinas*. 10. ed. São Paulo: Érica, 2012.

RAO, S. S. *Vibrações mecânicas*. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

RUDENKO, N. *Máquinas de elevação e transporte*. Rio de Janeiro: LTC, 1976.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. *Projeto de engenharia mecânica*. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.