

Revista Eletrônica

AeroDesign

Magazine



Volume 18 - Número 1 – 2026

ISSN - 2177-5907

Dinâmica da Frenagem Veicular em Pistas Planas e Inclínadas

Amanda Bernardes Zotte

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

amanda.zotte@aluno.ifsp.edu.br

João Pedro Blagitz Ravache

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

b.ravache@aluno.ifsp.edu.br

Resumo

Este estudo analisa a dinâmica da frenagem veicular, avaliando as forças físicas responsáveis por reduzir a velocidade do veículo até a sua parada total. A pesquisa engloba pavimentos planos e inclinados, focando na transferência dinâmica de carga e nos limites de aderência entre o pneu e o solo. Por meio de modelagens matemáticas aplicadas à mecânica longitudinal e à interação pneu-pista, foram realizadas simulações onde os resultados evidenciam como a arquitetura do chassi, aliada às condições da via, impacta diretamente a distância e a eficiência da frenagem.

Palavras-chave

Dinâmica veicular, atrito, centro de gravidade, frenagem, modelagem matemática.

Abstract

This study analyzes the dynamics of vehicular braking, evaluating the physical forces responsible for reducing a vehicle's speed until it comes to a complete halt. The research covers both flat and inclined surfaces, focusing on dynamic load transfer and tire-road adhesion limits. Through mathematical modeling applied to longitudinal mechanics and tire-road interaction, simulations were conducted where the results demonstrate how chassis architecture, combined with road conditions, directly impacts braking distance and efficiency.

Keywords

Vehicle dynamics, friction, center of gravity, braking, mathematical modeling.

1 - Introdução

O estudo da dinâmica de frenagem é fundamental para a compreensão do comportamento de veículos em movimento. A capacidade de um veículo reduzir sua velocidade ou parar completamente depende da interação entre diversos fatores físicos, como a massa, as forças de atrito entre pneu e pista, a distribuição dinâmica de carga entre os eixos e as condições de superfície da pista.

Do ponto de vista da mecânica clássica, o processo de frenagem é regido pelo balanço das forças longitudinais atuantes sobre o veículo. Seu funcionamento baseia-se em criar uma força contrária ao deslocamento do veículo. Durante esse processo, a energia do movimento precisa ser dissipada, o que acontece, em sua maior parte, pelo atrito direto entre os pneus e superfície.

A compreensão desses fenômenos permite a construção de modelos matemáticos capazes de estimar grandezas como a taxa de desaceleração, o tempo necessário para a parada e a distância total percorrida. Esses modelos são amplamente utilizados no desenvolvimento e na avaliação de desempenho de sistemas de freios.

A fim de aprofundar essa análise, este trabalho investiga a dinâmica de frenagem em duas situações: pistas planas e pistas inclinadas. A consideração dessas duas condições permite avaliar como a componente do peso ao longo do plano influencia diretamente a capacidade de desaceleração do veículo, alterando tanto a distribuição de forças quanto a eficiência do sistema de frenagem.

Em superfícies inclinadas, a presença de uma componente gravitacional adicional pode atuar de forma favorável ou desfavorável ao processo de frenagem, dependendo do sentido do movimento. Esse fator torna a análise mais complexa, exigindo a adaptação dos modelos matemáticos tradicionais utilizados em superfícies horizontais.

Além disso, a transferência dinâmica de carga entre os eixos durante a frenagem desempenha um papel fundamental na aderência dos pneus, impactando diretamente o limite de força de atrito disponível. Esse fenômeno está intimamente ligado à geometria do veículo, à altura do centro de gravidade e às características do sistema de suspensão.

Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver e analisar modelos físicos que descrevam o comportamento da frenagem veicular em diferentes condições de inclinação, considerando as forças atuantes, a distribuição de carga e os limites de aderência, a fim de estimar parâmetros como desaceleração, tempo de parada e distância de frenagem.

A dinâmica veicular é a área da física que estuda as forças atuantes no veículo, que pode ser dividida em 3 partes: dinâmica vertical, dinâmica lateral e dinâmica longitudinal. (COSTA NETO, 2006).

A dinâmica vertical tem como foco o conforto dos ocupantes, analisando a isolamento de vibrações e o comportamento do contato entre pneu e pista. A dinâmica lateral trata da dirigibilidade do veículo,

envolvendo movimentos transversais e rotações em torno dos eixos. Já a dinâmica longitudinal está relacionada diretamente aos processos de aceleração e frenagem, sendo este o foco do presente trabalho.

O estudo da dinâmica longitudinal é um domínio complexo dentro da engenharia automotiva, pois exige a modelagem de veículos com corpos rígidos tridimensionais que estão sujeitos às leis de Newton, mas especificamente a Segunda lei, onde translações e rotações ocorrem simultaneamente.

2 - Fundamentação Teórica

Nesta seção daremos foco ao estudo e entendimento das forças físicas que influenciam em todo o sistema de frenagem veicular.

2.1 - Contexto Físico do Atrito na Frenagem

O atrito entre o pneu e a superfície da pista é o principal mecanismo responsável pela desaceleração de um veículo durante a frenagem. Esse fenômeno pode ser descrito pela distinção entre atrito estático e atrito dinâmico.

O atrito estático ocorre quando não há deslizamento relativo entre o pneu e a pista, correspondendo à condição de máxima aderência. Já o atrito dinâmico ocorre quando há escorregamento, resultando em uma redução significativa da força de atrito disponível.

A tabela apresentada evidencia que o coeficiente de atrito estático é superior ao dinâmico em todas as superfícies analisadas, indicando que a frenagem é mais eficiente antes do início do deslizamento.

Tabela 1: Atrito para diferentes pistas (GIORIA GUSTAVO, 2008).

Solo	Estático	Dinâmico
Asfalto e concreto (seco)	0,8-0,9	0,75
Asfalto (molhado)	0,5-0,7	0,45-0,6
Concreto (molhado)	0,8	0,7
Cascalho	0,6	0,55
Areia solta (seco)	0,68	0,65
Areia solta (molhado)	0,55	0,4-0,5

Também é possível notar que superfícies secas, como asfalto e concreto, apresentam maiores coeficientes de atrito, enquanto superfícies molhadas reduzem significativamente a aderência. Isso ocorre devido à presença de uma camada de fluido entre o pneu e a pista, que diminui o contato efetivo e, conseqüentemente, a força de atrito.

Além disso, o tipo de superfície também influencia os valores de atrito. Solos como areia e cascalho apresentam coeficientes menores em comparação ao asfalto, o que leva a maiores distâncias de frenagem.

Assim, fica claro que o coeficiente de atrito não é constante, variando conforme as condições da pista e do ambiente, sendo um fator importante no desempenho da frenagem.

2.2 - Fundamentação mecânica e Segunda Lei de Newton

Para que possa ser iniciada a modelagem de um veículo sob frenagem, é usado como ponto de partida a Segunda Lei de Newton. Para um veículo de massa m com uma aceleração a_x , o equilíbrio das forças no eixo longitudinal é formado pela equação:

$$ma_x = F_{xf} + F_{xr} - R_{xf} - R_{xr} - F_{aero} \pm mgsin\theta \quad (1)$$

Nesta fórmula, cada termo representa uma interação física específica:

F_{xf} e F_{xr} : forças longitudinais geradas na interação pneu-solo nos eixos dianteiro e traseiro.

R_{xf} e R_{xr} : resistência de rolamento, força inerente à deformação viscoelástica da borracha.

F_{aero} : força de arrasto aerodinâmico gerada pela movimentação do carro através da massa de ar.

$mgsin\theta$: componente tangencial da força gravitacional em pistas inclinadas.

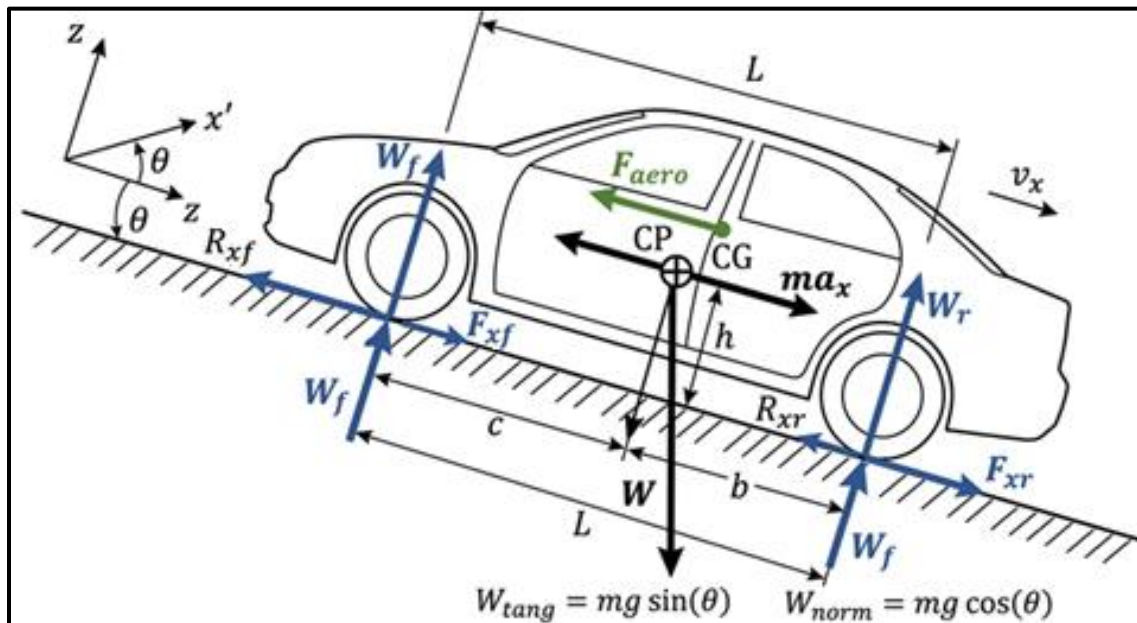


Figura. 1- Representação das forças e resistências, (Autoria própria, 2026).

2.2.1 - Dissipação Aerodinâmica e Mecânica

Embora as forças de frenagem (F_{xf} e F_{xr}) sejam dominantes, as forças secundárias não podem ser excluídas ao realizarmos estudos por Métodos Numéricos, a magnitude de arrasto aerodinâmico é expressa pela seguinte equação da mecânica dos fluidos:

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho C_d A_f V_x^2 \quad (2)$$

Em que ρ é a densidade do ar C_d o coeficiente de arrasto, A_f a área frontal do veículo e V_x a velocidade longitudinal instantânea. É importante notar a proporcionalidade do quadrado da velocidade, mostrando que ajudará em frenagens em alta velocidade, mas se tornará desprezível conforme a velocidade é reduzida.

2.2.2 - Resistência ao Rolamento (R_x)

É manifestada devido a histerese dos pneus: a energia de restituição da borracha é inferior à energia de compressão, e a diferença entre essas forças é dissipada em forma de calor. Podendo ser quantificada por:

$$R_x = f_r W \cos \theta \quad (3)$$

Sendo f_r o coeficiente de resistência ao rolamento e W o peso de marcha do veículo. O peso de marcha é definido como o peso total do veículo, incluindo todos os líquidos para seu funcionamento estando completos no máximo permitido.

2.2.3 - Transferência de Carga Longitudinal

A capacidade de frenagem é diretamente proporcional à carga vertical (F_z) sobre cada pneu. O trabalho de Thomas D. Gillespie estabelece que essa carga não é estática, mas sim uma variável de estado dependente da desaceleração.

Em repouso, a carga é determinada pela geometria do Centro de Gravidade (CG) em relação à distância entre eixos (L). Sob frenagem, a força de inércia aplicada no CG cria um momento de torção que transfere carga do eixo traseiro para o dianteiro.

Equação de Cargas Dinâmicas:

$$W_f = W_{fs} + \frac{h}{L} \cdot \frac{W}{g} \cdot Dx \quad (4)$$

$$W_r = W_{rs} + \frac{h}{L} \cdot \frac{W}{g} \cdot Dx \quad (5)$$

Nessa relação, o rácio arquitetônico (h/L) é o parâmetro fundamental: quanto maior a altura do CG (h) e menor a distância entre eixos (L), mais severa será a transferência de carga durante a frenagem. Ao entrar em regime de frenagem, a inércia gera um momento em torno do eixo dos pneus dianteiros, produzindo o movimento de mergulho (*pitch*) da dianteira do veículo. Esse aumento repentino da carga no eixo dianteiro (W_f) eleva o teto de tração disponível nos pneus frontais.

Em função desse comportamento, as montadoras projetam o sistema de freios de modo que o eixo dianteiro seja responsável por cerca de 60–80% do esforço de frenagem, equipando-o com discos de maior diâmetro e maior capacidade térmica, além de pinças de maiores dimensões.

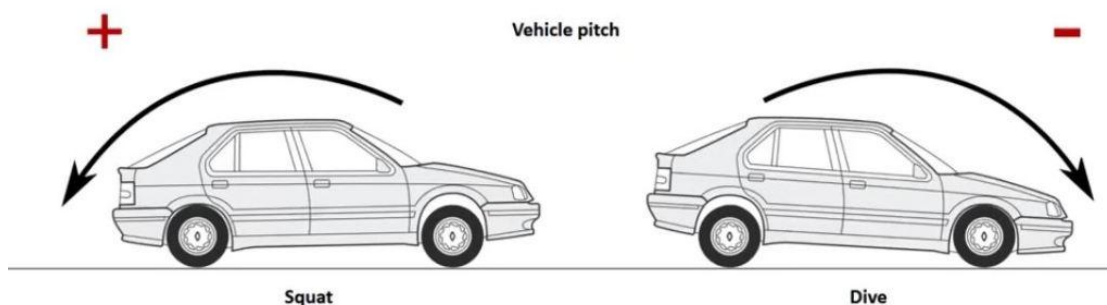


Figura 2 – Movimento de mergulho (pitch), (SUSPENSIONSGUY, 2021).

2.2.4 - Dinâmica em Pista Inclinada (Active e Declive)

Em superfícies planas, a gravidade atua de forma integral na direção normal à pista, maximizando o potencial de atrito. Contudo, introduzir a pista inclinada ao modelo altera drasticamente o modelo matemático, decompondo a gravidade em dois vetores distintos, **a força normal ponderada e a força tangencial parasita.**

A força normal ponderada ($F_{g,z} = mg\cos\theta$) é responsável por manter a aderência, em declives, o fator cosseno reduz a pressão contra o solo, fazendo com que a aderência seja dissipada gradualmente.

A força tangencial parasita ($F_{g,x} = mg\sin\theta$) essa força atua como um vetor de aceleração que combate o trabalho do sistema de freios. Nessa situação, os freios se encontram com grande fator de trabalho sendo imposto sobre eles, uma vez que precisam combater a inércia do veículo para baixo. O desequilíbrio escalar cinético é expresso por:

$$a_{descida} = -g(\mu\cos\theta - \sin\theta) \quad (6)$$

A expressão $(\mu\cos\theta - \sin\theta)$ representa a capacidade líquida de frenagem. Durante a frenagem, o pneu depende da força normal (pressão contra o solo) para gerar a força de atrito. Em uma descida, essa força normal é reduzida pela componente $\cos\theta$ do peso, o que diminui a pressão do pneu sobre a pista e, conseqüentemente, a força de atrito disponível. Ao mesmo tempo, o termo $-\sin\theta$ representa a componente tangencial da gravidade ao longo da inclinação, que tende a “puxar” o veículo para baixo da ladeira, atuando contra a frenagem. Dessa forma, a distância de frenagem em **declive** pode ser modelada por:

$$d_{declive} = \frac{v_0^2}{2g(\mu\cos\theta - \sin\theta)} \quad (7)$$

2.3 - Interação Pneu-Solo

A capacidade real de um veículo converter pressão hidráulica em força de parada reside em grande parte na aderência (*contact patch*) entre o pneu e a rugosidade da pista. Diferente do atrito clássico de Coulomb, a borracha experimenta forças de histerese viscoelástica e adesão molecular, força de atração química e física entre moléculas de substâncias diferentes.

Escorregamento Longitudinal (*Slip Ratio*)

Quando o torque de frenagem é aplicado, a velocidade angular da roda diminui, tornando a velocidade periférica da banda de rodagem - parte do pneu que entra em contato direto com a pista - inferior à velocidade de translação do veículo. Podemos assim quantificar o escorregamento (*s*) pela seguinte formulação:

$$S = \frac{v_x - \omega R}{v_x} \quad (8)$$

v_x : velocidade real do eixo sobre a pista.

ω : velocidade angular instantânea da capa do pneu.

R : raio de rolamento sob a carga de peso.

($s = 0$): comportamento de rolamento livre, sem que haja dissipação de tração.

($s = 1$): representa travamento total dos pneus, momento em que o pneu apenas arrasta sobre a pista.

Dessa forma utilizando a relação entre o coeficiente de atrito longitudinal (μ_x) e o parâmetro de escorregamento (s) podemos observar uma curva de comportamento não-linear, também conhecida como Pacejka Magic Formula.

2.3.1 - Fórmula Mágica de Pacejka

Hans Bastiaan Pacejka foi um especialista em sistemas dinâmicos de veículos e professor na Universidade Tecnologia Delft, Holanda. Durante sua carreira Pacejka desenvolveu uma série de modelos de pneus, nomeados posteriormente de “Magic Formulas” por não haver nenhum embasamento físico particular para a estruturação das equações.

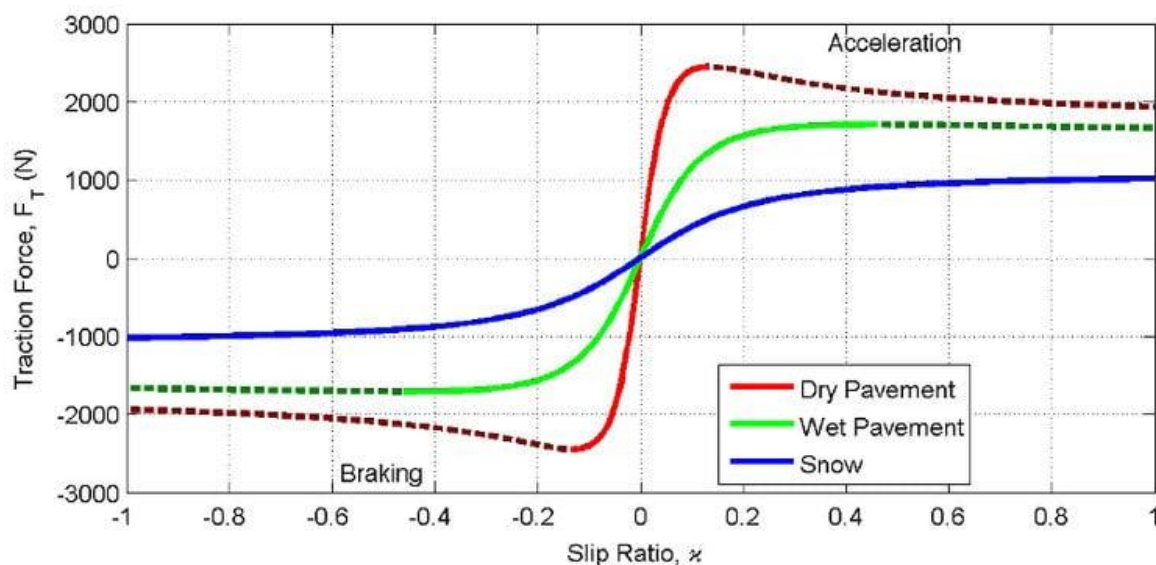


Figura 3 - Curva de Pacejka (STEVE SOUTHWARD, 2011).

Em sua representação isolada fundamental, focando nas diretrizes de frenagem longitudinal com coeficientes estáticos simplificados, o modelo matemático dita:

$$F_x = D \cdot \sin \{ C \cdot \arctan [Bx - E \cdot (Bx - \arctan(Bx))] \} \quad (9)$$

Nesta fórmula, cada termo representa uma interação específica:

D (fator de Pico): determina a magnitude máxima vetorial (μ_{peak}).

C (fator de Forma): os limites alcançados pela função seno, costuma estabilizar em torno de $C \approx 1.65$ para simulações que focam nos componentes de parada.

B (fator de Rigidez): a tangente do comportamento primário, determinando quão inclinada e repentina será a fase linear.

E (fator de Curvatura): resposta no platô pós-pico, moldando a atenuação decrescente da curva.

2.4 - Determinação do Centro de Gravidade: Método de Canale

Compreendida a razão h/L na determinação da eficiência de frenagem e na dinâmica da transferência de carga, torna-se crucial estabelecer os métodos para extrair o valor posicional tridimensional deste ponto virtual invisível.

O Centro de Gravidade não é um ponto mecânico fixo observável, mas sim a resultante matemática do baricentro de toda a massa combinada do chassi, Powertrain – componentes responsáveis por gerar e transmitir a potência do motor para as rodas - carroceria, fluidos e ocupantes.

As pesquisas conduzidas pelo Prof. Dr. Antônio Carlos Canale, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP) são referência à dinâmica veicular. O método computacional é extensamente aplicado para identificar a matriz posicional do CG.

2.4.1 - Procedimento Experimental

Determinar as coordenadas longitudinais e laterais do CG é um procedimento linear, fundamentado na pesagem direta das reações de contato nos eixos com o veículo nivelado horizontalmente, utilizando plataformas de células de carga. No entanto, a determinação da altura do centro de gravidade (h_c) impõe uma barreira física mais complexa, exigindo a perturbação do sistema estático.

A altura do centro de massa é extraída aplicando a lei dos cossenos e a trigonometria dos momentos gerados pela gravidade. A formulação final para determinar (h_c) é equacionada como:

$$h_c = \frac{(m_1 - m'_1) \cdot L \cdot \sqrt{L^2 - h_d^2}}{m \cdot h_d} + r \quad (10)$$

Nesta fórmula, cada termo representa uma interação específica:

Pesa-se a carga estática inicial do eixo dianteiro (m_1) com o veículo nivelado.

Eleva-se o eixo traseiro a uma altura calibrada (h_d^2).

A nova carga aparente no eixo dianteiro (m'_1) é registrada devido à transferência vetorial artificial.

2.4.2 - Passeio do Centro de Gravidade

Veículos não possuem CG fixo, operando em uma área poligonal chamada “Passeio de CG” (CG Walk). Essa área já considera as permutações de carga (passageiros, combustível, bagagem, etc.). Dessa forma, o modelo matemático realizado não representa um ponto estático, mas sim uma região que delimita todas as permutações previstas, assim como seus limites.

A forma geométrica dessa área é delimitada por 6 retas distintas representadas no plano cartesiano com base nas restrições ditadas pelas legislações rodoviárias e nas tolerâncias dos mancais, dessa forma, nossas 6 retas são:

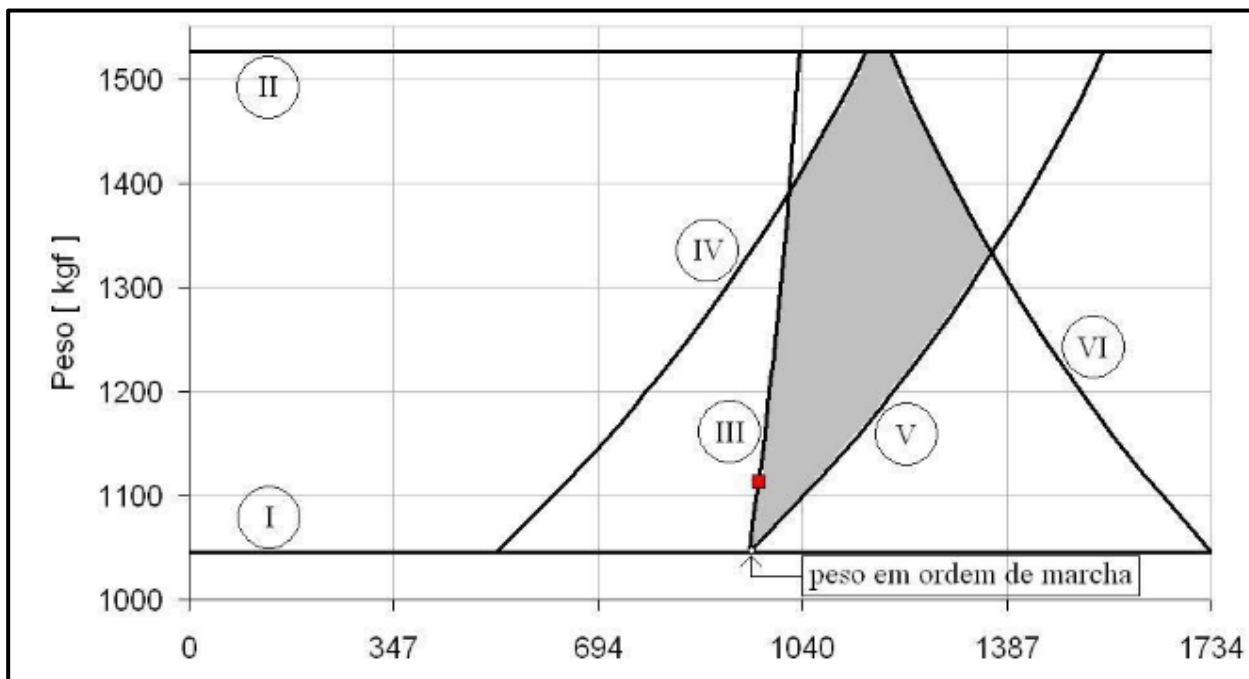


Figura 4 - CG Walk (CANALE, 2004).

Reta I: O limite inferido puramente pelo peso em ordem de marcha (Kerb Weight), sem passageiros e com fluidos operacionais completos.

Reta II: O limite vetorial estipulado pelo Peso Bruto Total (PBT) da plataforma homologada pela fábrica.

Curva III: A trajetória matemática que o CG descreve quando a massa aumenta da Reta I pela adição unitária de passageiros nos assentos dianteiros, definindo o ponto nodal de "peso operacional" (considerando um condutor normatizado de 75 kgf).

Curva IV: Uma assíntota que estabelece a restrição final física imposta ao carregamento tolerável no subchassi do eixo dianteiro.

Curva V e Curva VI: Funções que espelham o comportamento de alocação de massa nos volumes traseiros do veículo (assentos de passageiros traseiros e bagageiros) e o teto limite imposto ao eixo traseiro pelas molas de tração e a lei de estradas.

3 - Dinâmica de Frenagem em Rampas

A introdução de inclinação não altera as leis físicas, mas causa a decomposição dos vetores de força resultantes. Em declives, o sistema de freios enfrenta a redução de capacidade de gerar atrito e o surgimento de uma força de aceleração constante.

3.1 - Decomposição Vetorial (Aclives e Declives)

Diferente de pistas planas, a força peso (mg) será fracionada, impactando dessa forma o limite de aderência Coulomb ($F_{atrito} = \mu N$):

Força Normal Ponderada ($F_{g,y}$): $F_{g,y} = m \cdot g \cdot \cos(\theta)$, como o cosseno diminui com o aumento da rampa, a pressão do pneu contra o solo decai, reduzindo o limite de frenagem.

Força Tangencial Parasita ($F_{g,x}$): $F_{g,x} = m \cdot g \cdot \sin(\theta)$, em declive essa força atua a favor do movimento, exigindo que os freios dissipem não apenas a energia cinética, mas também o empuxo contínuo.

4 - Dinâmica de Frenagem em Pista Plana

Para a modelagem inicial da frenagem, considera-se um veículo deslocando em uma superfície horizontal perfeitamente plana ($\theta = 0$) com velocidade inicial V_0 . Onde o coeficiente de atrito e a massa do veículo permanecem constantes durante todo o processo.

Com a condição, ($\theta = 0$), termo gravitacional desaparece e deixa de contribuir para o equilíbrio de forças no eixo longitudinal.

$$\theta = 0 \quad (11)$$

$$\sin(\theta) = 0 \quad (12)$$

$$m \cdot g \cdot \sin(\theta) = 0 \quad (13)$$

Dessa forma, a equação geral pode ser simplificada, restando como principais responsáveis pela desaceleração do veículo a capacidade de atrito entre o pneu e a superfície da pista. Em uma aproximação clássica, essa força pode ser descrita pelo modelo de atrito de Coulomb:

$$F_{Atrito} = \mu \cdot N \quad (14)$$

Onde μ representa o coeficiente de atrito entre pneu e pista e N corresponde à força normal exercida pela superfície sobre o veículo. Nesse caso da pista horizontal, a força normal é igual ao peso do veículo, de modo que:

$$N = m \cdot g \quad (15)$$

Substituindo essa relação na expressão do atrito, temos:

$$F_{Atrito} = \mu \cdot m \cdot g \quad (16)$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao movimento longitudinal, a desaceleração do veículo pode ser aproximada por:

$$m \cdot a = -\mu \cdot m \cdot g \quad (17)$$

$$a = -\mu \cdot g \quad (18)$$

Esse resultado representa um modelo idealizado de frenagem em pista plana, no qual a desaceleração do veículo depende diretamente do coeficiente de atrito na interação pneu-pista. A partir dessa relação, podem ser determinadas grandezas fundamentais do processo de frenagem, como o tempo necessário para a parada completa do veículo e a distância total percorrida até que sua velocidade se torne nula.

4.1 - Tempo até a Parada

Considerando que a desaceleração é constante, pode-se utilizar as equações do movimento uniformemente variado.

Partindo da equação da velocidade:

$$V = V_0 + a t \quad (19)$$

No instante em que o veículo para completamente, a velocidade final é nula:

$$V=0$$

$$0 = V_0 + (-\mu g)t \quad (20)$$

Isolando o tempo:

$$t = \frac{V_0}{\mu g} \quad (21)$$

Assim, o tempo necessário para a parada do veículo é diretamente proporcional à velocidade inicial e inversamente proporcional ao coeficiente de atrito disponível entre pneu e pista.

4.2 - Distância de Frenagem

A distância percorrida durante a frenagem pode ser obtida pela equação cinemática:

$$v^2 = v_0^2 + 2 a d \quad (22)$$

Considerando que a velocidade final é zero:

$$0 = v_0^2 + 2(-\mu g)d \quad (23)$$

Isolando a distância:

$$d = \frac{v_0^2}{2\mu g} \quad (24)$$

Essa expressão mostra que a distância de frenagem cresce proporcionalmente ao quadrado da velocidade inicial, indicando que pequenas variações na velocidade podem resultar em aumentos significativos na distância necessária para a parada completa do veículo.

5 - Análise Comparativa e Metodologia

Com o objetivo de realizar uma análise não generalista da dinâmica de frenagem, tendo em mente as respostas de chassi dependentes da arquitetura e distribuição de massa, nessa seção será detalhada a lógica por trás da escolha dos modelos automobilísticos e a metodologia para as simulações.

A finalidade desta seção é isolar variáveis críticas para observar como o sistema de frenagem responde a alterações ambientais e estruturais. Utilizaremos o modelo dinâmico de Gillespie para as transferências de carga e a Fórmula Mágica de Pacejka para a interface pneu-solo.

5.1 - Seleção da Amostra

A análise da dinâmica de frenagem exige uma amostra heterogênea que permita validar as equações de Gillespie e Canale sob diferentes condições de contorno. A escolha do Renault Kwid, Toyota Corolla e Toyota Hilux fundamenta-se na diversidade de seus rácios h/L (altura do CG sobre entre-eixos) e na sensibilidade de suas áreas de "Passeio do CG".

A utilização de modelos distintos nos permite observar de forma clara como a geometria do chassi influencia a capacidade de frenagem. Veículos com entre-eixos curtos tendem a serem mais instáveis sob alta desaceleração, enquanto veículos pesados e altos possuem diferentes comportamentos conforme sua carga útil é alterada.

Tabela 2 - Representação das diferentes amostras, (Autoria própria, 2026).

Veículo Selecionado	Categoria Técnica	Justificativa
Renault Kwid	Hatch Subcompacto	Pequeno entre-eixo e um h/L elevado
Toyota Corolla	Seda Médio	Apresenta o maior equilíbrio dinâmico
Toyota Hilux	Picape	Maior sensibilidade a variações de carga

5.2 - Ensaio de Testes Utilizando MATLAB

Para garantir qualidade nos dados os testes serão incrementais, isolando variáveis críticas: o estado da pista (seca ou molhada), a condição do pneu (novo ou careca) e a inclinação (θ). Tendo como objetivo a realização de 3 testes distintos com cada carro, translocação Dinâmica do CG, Fórmulas de Pacejka, Frenagem em Rampa com Carga Variável.

Para alimentar o script que será utilizado, foram extraídos os seguintes dados da literatura técnica:

Tabela 3 - Representação dos coeficientes de pneu (Autoria própria, 2026).

Parâmetro	Pneu Novo (Seco)	Pneu Carcaça (Molhado)
Coefficiente D (Pico)	1.15	0.45
Fator de Forma (C)	1.65	1.2
Slip Ratio Ótimo (s)	15% - 20%	5% - 10%

5.3 - Resultados e Discussões

Com base na formulação matemática estabelecida, as simulações foram conduzidas no ambiente MATLAB para avaliar a resposta dinâmica do Renault Kwid, Toyota Corolla e Toyota Hilux. Os ensaios foram segmentados para isolar a transferência de carga, os limites de aderência e o impacto severo da topografia com variação de carga útil.

Teste 1: Translocação Dinâmica do CG e Transferência de Carga

O primeiro ensaio focou na redistribuição de forças verticais durante a desaceleração em pista plana.

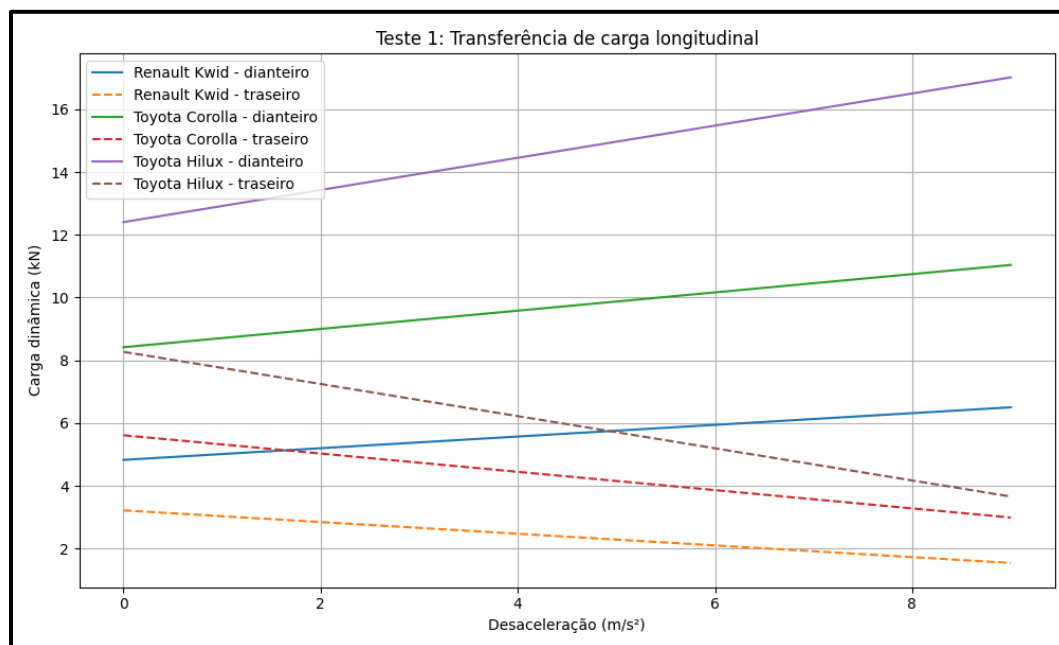


Figura 5 – Translocação dinâmica do CG e transferência de carga, (Autoria própria, 2026).

Conforme previsto pelas equações de Gillespie, a inércia atua no Centro de Gravidade gerando o momento de mergulho (*pitch*). Observa-se que a Toyota Hilux, por possuir o maior coeficiente geométrico h/L e a maior massa orgânica, apresenta a transferência de carga mais violenta do eixo

traseiro para o dianteiro à medida que a desaceleração aumenta. O Renault Kwid, devido ao seu entre-eixos extremamente curto, também demonstra uma sensibilidade aguda na variação de carga vetorial. O Toyota Corolla apresentou o comportamento mais linear e estável, reflexo de um CG mais baixo e maior distância entre eixos, preservando melhor a força normal no eixo traseiro, essencial para a manutenção da estabilidade direcional.

Teste 2: Limites de Aderência (Fórmula Mágica de Pacejka)

Para compreender o teto físico do sistema de freios, plotou-se o comportamento microdinâmico do contato pneu-solo.

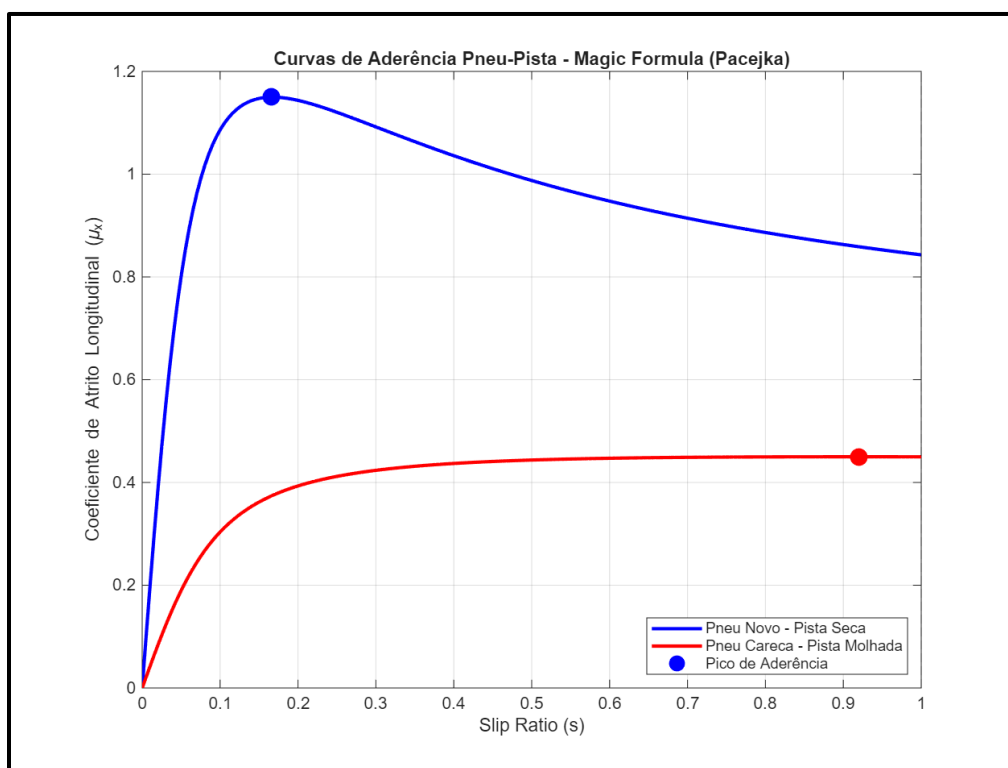


Figura 6 – Curvas de aderência pneu-pista, (Autoria própria, 2026).

O modelo não-linear evidencia o abismo de performance entre as condições ambientais. O pneu novo em pista seca atinge seu coeficiente de atrito de pico (μ_{peak}) próximo a 1.15 em uma janela de escorregamento dinâmico elástico (*Slip Ratio*) perfeitamente modulável por sistemas ABS. Em contrapartida, a simulação com pneu careca em pista molhada colapsa a aderência para a faixa de 0.45. Este decaimento exponencial dita que, independentemente da força hidráulica exercida nas pinças de freio, a capacidade de desaceleração será severamente limitada pela interface de contato, justificando o acionamento prematuro do sistema antitravamento.

O Desafio do Centro de Gravidade (Nota Metodológica): Antes de entrarmos nos resultados do Teste 3, é preciso fazer uma ressalva importante sobre o cálculo do Centro de Gravidade. Na vida real, o CG não é um ponto fixo; ele se move dependendo de quantos passageiros estão no carro, da bagagem e até da quantidade de combustível.

Para calcular o CG exato e o seu comportamento dinâmico de forma precisa, precisaríamos de dados proprietários das montadoras, como a curva de rigidez exata das molas, a distribuição tridimensional de massa e a calibração específica do chassi. Como essas informações são fechadas e indisponíveis ao público, fomos obrigados a utilizar estimativas teóricas e parâmetros generalizados da literatura. Isso impacta diretamente a exatidão dos próximos resultados.

Teste 3: Frenagem em Rampa com Carga Variável

A introdução da terceira dimensão altimétrica confirmou a decomposição dos vetores gravitacionais. As simulações a 100 km/h mapearam o comportamento desde declives acentuados (-10°) até aclives (+10°). Contudo, ao analisar os resultados obtidos pelos testes, é importante destacar que os resultados obtidos são parciais e quantitativamente **inconclusivos**.

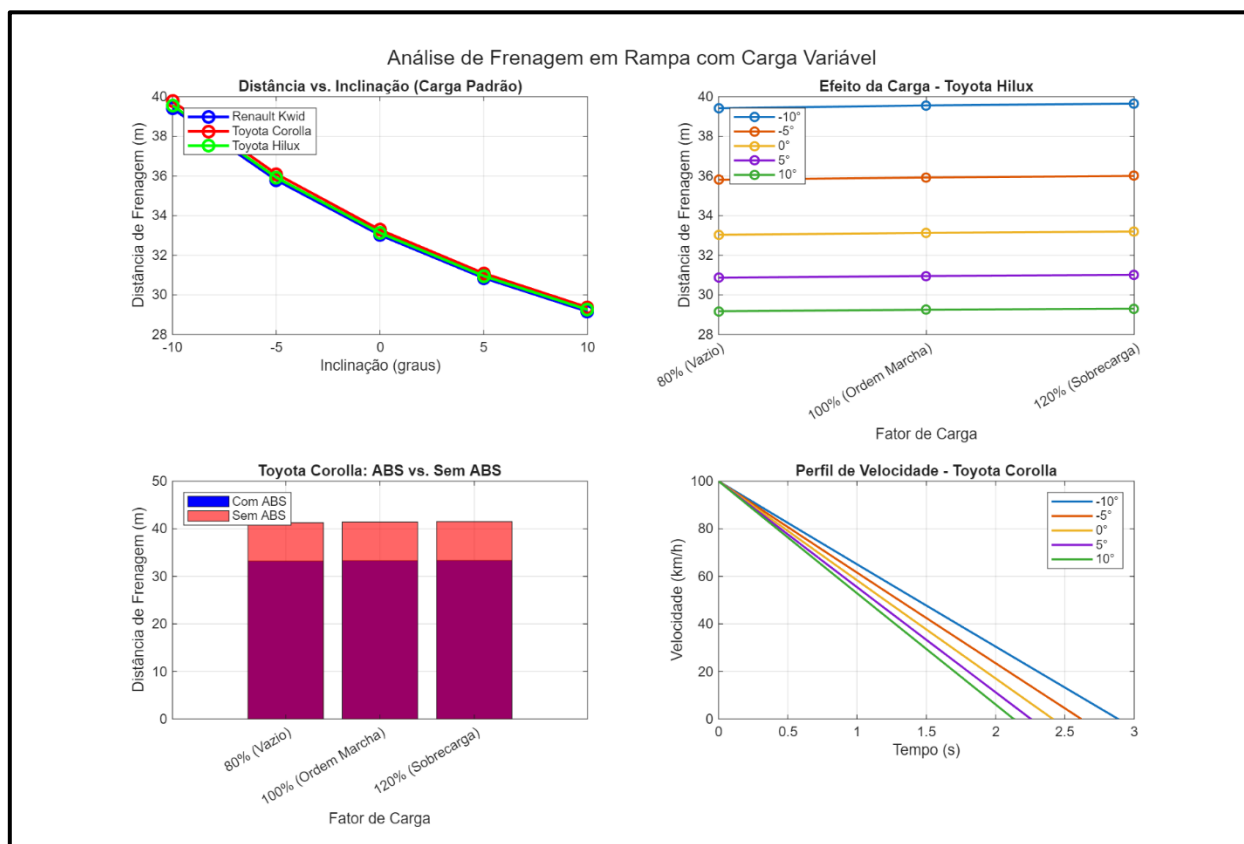


Figura 7 – Análise de frenagem em rampa com carga variável, (Autoria própria, 2026).

Podemos observar as tendências físicas, mas os números absolutos não refletem o mundo real pelos seguintes motivos:

Distância vs. Inclinação: As curvas dos três veículos ficaram muito parecidas no gráfico, o que não aconteceria na realidade. Nosso modelo matemático atualizou a física do movimento, mas não considerou a *termodinâmica*. Na realidade, descer uma serra com uma Hilux carregada geraria um superaquecimento brutal nos freios (*fading*), aumentando a distância de parada muito mais rápido do que em um carro leve como o Kwid. Como não modelamos o calor, o algoritmo tratou os freios como se fossem perfeitos e inesgotáveis.

Efeito da Carga (Hilux) e ABS (Corolla): O gráfico mostra o que a física exige: mais peso aumenta a dificuldade de parada, e o uso do ABS melhora a eficiência. Porém, a magnitude exata dessas distâncias é teórica. Sem conhecer o mapeamento exato da injeção das válvulas do ABS do Corolla ou a torção elástica da suspensão da Hilux sob 120% de carga, as retas mostram apenas a tendência do comportamento, e não um ensaio real.

Para ilustrar como o algoritmo projetou as tendências físicas isoladas, incluímos a seguir os gráficos individuais do Teste 3 detalhando o comportamento do Kwid, do Corolla e da Hilux. No entanto, eles não serão alvos de uma análise. Como detalhado anteriormente, a falta de parâmetros exatos de fábrica para o cálculo dinâmico do CG e a ausência do fator térmico (o superaquecimento dos discos em declives) tornam as distâncias absolutas mostradas aqui inconclusivas.

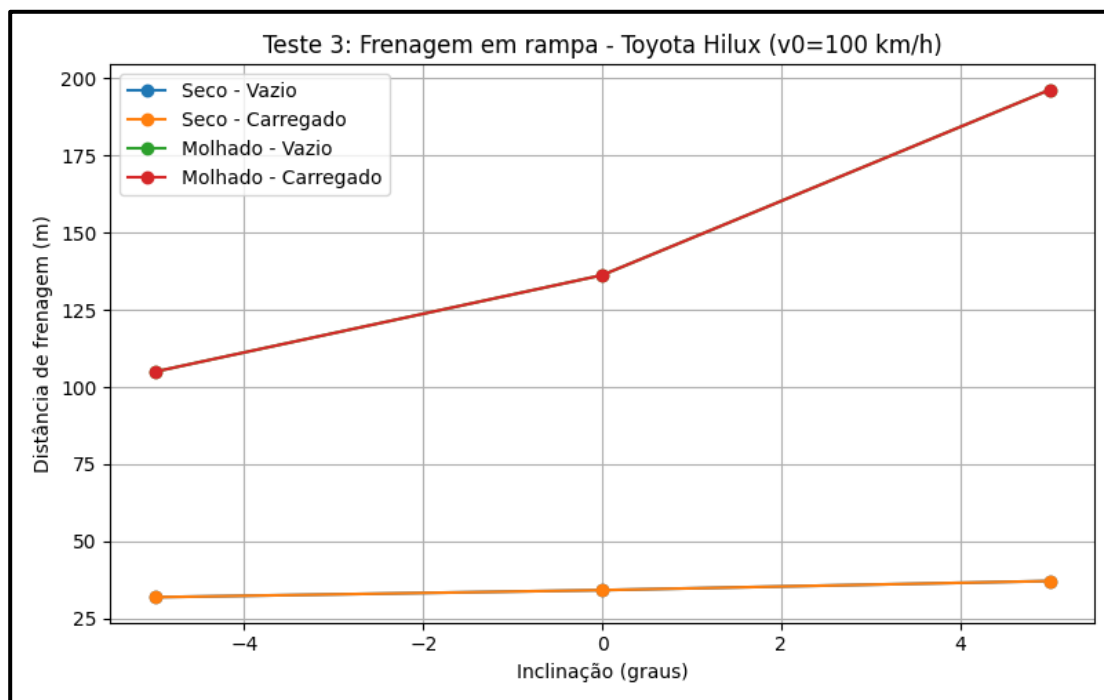


Figura 8 – Toyota Hilux, (Autoria própria, 2026).

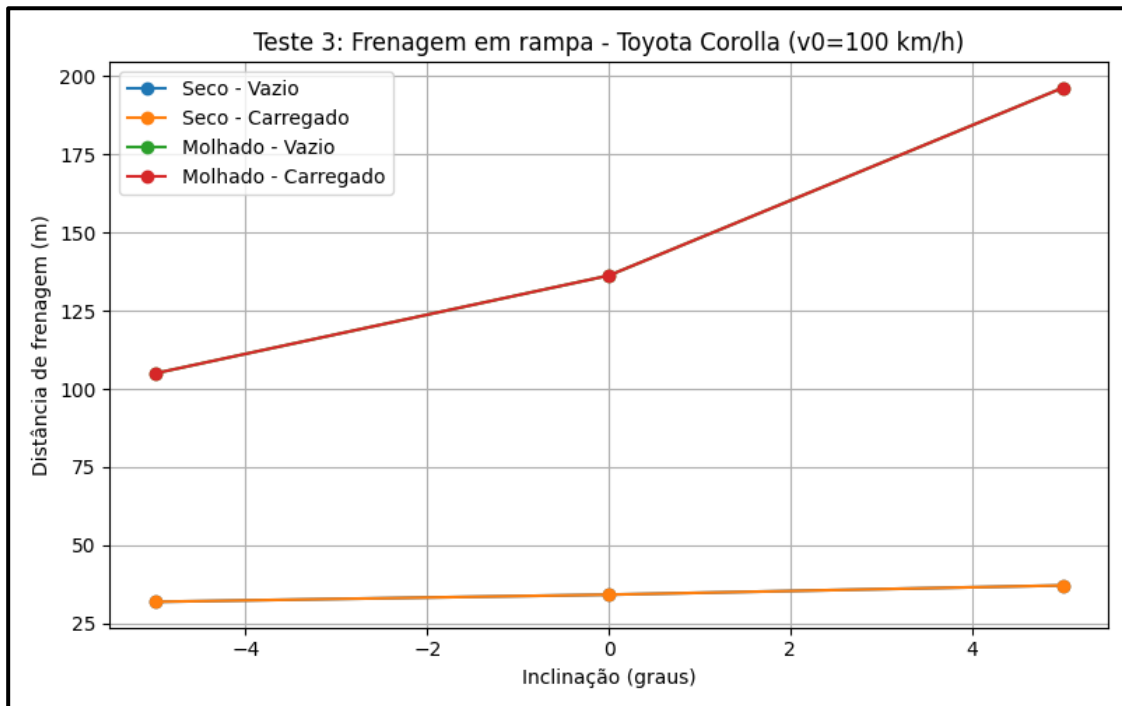


Figura 9 – Toyota Corolla, (Autoria própria, 2026).

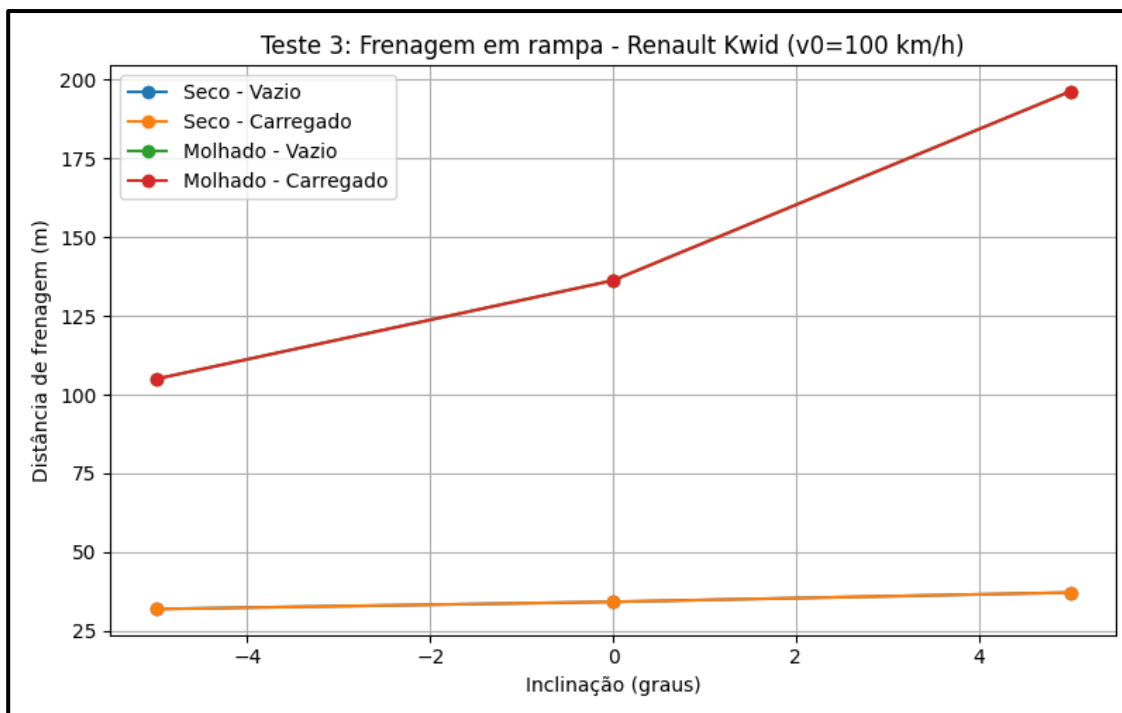


Figura 10 – Renault Kwid, (Autoria própria, 2026).

6 - Conclusões

O estudo da dinâmica de frenagem veicular demonstrou que a capacidade de parar um carro em segurança vai muito além da força aplicada aos pedais. Trata-se de um balanço complexo e contínuo de forças físicas, fortemente influenciado pela arquitetura do chassi, pela interação com o solo e pela topografia da via.

A aplicação da Segunda Lei de Newton, em conjunto com o modelo de transferência de carga de Gillespie, permitiu confirmar como a inércia age de forma distinta em diferentes categorias de veículos. Ficou evidente que o Toyota Corolla, beneficiado por um centro de gravidade (CG) mais baixo e maior entre eixos, mantém um equilíbrio dinâmico superior durante a frenagem. Em contrapartida, veículos pesados e altos como a Toyota Hilux sofrem transferências de carga violentas para o eixo dianteiro, enquanto o Renault Kwid demonstra uma sensibilidade em paradas bruscas devido à sua base curta de apoio. Além disso, a integração da Fórmula Mágica de Pacejka revelou que a interface pneu-solo atua como o grande gargalo da frenagem. O decaimento drástico do coeficiente de atrito em pistas molhadas e com pneus desgastados prova que, independentemente da força do sistema de freios, a física impõe um limite de aderência.

A análise em pistas inclinadas evidenciou o impacto perigoso da componente tangencial da gravidade (que "empurra" o carro ladeira abaixo). No entanto, foi nesta etapa que o estudo esbarrou nas barreiras da modelagem puramente cinemática. A indisponibilidade de dados estruturais fechados das e a ausência de variáveis no simulador (que avaliariam a fadiga e o superaquecimento dos freios, o fenômeno de *fading*) tornaram as distâncias absolutas em longos declives inconclusivos para uma comparação exata de performance rodoviária.

Por fim, conclui-se que os modelos matemáticos abordados são ferramentas poderosas e essenciais para a compreensão teórica das tendências físicas e definição de limites de segurança. Todavia, para o desenvolvimento de sistemas de controle e automação veicular aplicáveis à vida real, faz-se necessária a evolução deste escopo. Recomenda-se, para trabalhos futuros, a integração de equações hidromecânicas e térmicas ao algoritmo, somadas à validação empírica instrumentada em laboratório e testes práticos de pista, aproximando a simulação do comportamento orgânico das rodovias.

7. Referências Bibliográficas

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO (USP). Dinâmica Longitudinal. Notas de aula (Disciplina PME3540). São Paulo, [s.d.]. Disponível em: http://sites.poli.usp.br/d/pme3540/Diversos_files/Dinamica%20Longitudinal.pdf. Acesso em: 12 mar. 2026.

GILLESPIE, Thomas D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale: SAE International, 1992.

Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/367923703_Fundamentals_of_Vehicle_Dynamics. Acesso em: 12 mar. 2026.

GIORIA, Gustavo. 2008. Dissertação/Tese (Mestrado/Doutorado) Disponível em:

https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-22102009-105940/publico/GIORIA_GUSTAVO.PDF. Acesso em: 12 mar. 2026.

MATHWORKS. Vehicle Body 3DOF. Documentação Técnica MathWorks. [s.d.]. Disponível em:

<https://www.mathworks.com/help/vdynblks/ref/vehiclebody3dof.html>. Acesso em: 17 mar. 2026.

MDPI. The Effect of Tire Age and Anti-Lock Braking System on the Coefficient of Friction and Braking Distance. *Sustainability*, v. 15, n. 8, p. 6945, 2023. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2071-1050/15/8/6945>. Acesso em: 17 mar. 2026.

RENAULT. Renault Kwid 2022. Auto Catalog Archive (Brochura ZA), 2022. Disponível em:

<https://autocatalogarchive.com/wp-content/uploads/2022/06/Renault-Kwid-2022-ZA.pdf>. Acesso em: 18 mar. 2026.

SAGE JOURNALS. Disponível em:

<https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0361198119832886>. Acesso em: 18 mar. 2026.

SPRINGER. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s40544-017-0151-0>. Acesso em: 21 mar. 2026.

SPRINGER. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10033-017-0143-z>. Acesso em: 21 mar. 2026.

TOYOTA. Hilux. Especificações Técnicas. Toyota Gambia - CFAO Motors, [s.d.]. Disponível em:

<https://www.toyota.gm/en/range/toyota-gambia-cfao-motors/hilux>. Acesso em: 21 mar. 2026.

TOYOTA OF GREENVILLE. 2024 Toyota Corolla SE. Especificações. Greenville, 2024. Disponível em:

<https://www.toyotaofgreenville.com/2024-toyota-corolla-se.htm>. Acesso em: 21 mar. 2026.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL (UFRGS). Disponível em:

<https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/217407/001120744.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2026.