

Revista Eletrônica

AeroDesign

Magazine



Volume 18 - Número 1 – 2026

ISSN - 2177-5907

Estudo das Reações nos Eixos Dianteiro e Traseiro de Veículos Estacionados

Emily Lima Gomes

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

lima.emily@aluno.ifsp.edu.br

Giovana Alexandrino Abraão

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

abraao.giovana@aluno.ifsp.edu.br

Resumo

Analisar como forças verticais se distribuem entre os eixos dianteiro e traseiro de carros parados é o foco deste trabalho, com atenção especial à influência da forma do corpo e onde a massa está concentrada. A partir de medições feitas num automóvel compacto, o Hyundai Veloster somado à simulação de um caminhão segundo princípios teóricos, foram usadas relações básicas da física para localizar o centro de gravidade e medir mudanças na carga conforme inclinação aumenta. Ao preencher assentos internos, esse ponto central migra cerca de 14 centímetros rumo ao fundo, intensificando pressão sobre rodas posteriores quando em subidas íngremes. Comparar ambos os casos mostram ainda que grandes veículos ampliam drasticamente esforços de “torção nas estruturas” valores ultrapassam 40.000 N/m tornando capotagem muito mais provável do que simples escorregamento, fenômeno dominante em modelos menores.

Palavras-chave

Estática Veicular, Transferência de Carga, Centro de Gravidade, Equilíbrio Estático, Tombamento.

Abstract

This article analyzes the static modeling of normal reactions on the front and rear axles of parked vehicles, evaluating the impact of geometry and load distribution on longitudinal stability. Using empirical data from a light vehicle (Hyundai Veloster) and a theoretical model of a heavy vehicle, the methodology applied static equilibrium equations to determine the center of gravity position and quantify load transfer on ramps. The results demonstrate that cabin occupancy shifts the center of mass up to 14 cm to the rear, overloading the lower axle on inclines. Furthermore, the comparative analysis revealed that heavy vehicles suffer a multiplying effect in bending moment transfer (reaching over 40,000 N.m), mathematically explaining their high susceptibility to rollover compared to the sliding that prevails in light vehicles.

Keywords

Vehicle Statics, Load Transfer, Center of Gravity, Static Equilibrium, Rollover.

1 - Introdução

A modelagem estática aplicada à dinâmica veicular fornece a base para o dimensionamento de componentes estruturais e sistemas de atuação de um automóvel, a distribuição da força peso entre os eixos dianteiro e traseiro determina o comportamento mecânico do veículo tanto em repouso quanto em condições transientes. O cálculo exato das reações normais em cada eixo permite quantificar os limites de tração longitudinal, especificar o balanço de frenagem (*brake balance*) e avaliar matematicamente a propensão ao escorregamento e ao tombamento em diferentes gradientes de via.

Em abordagens iniciais da estática de veículos estacionados, o sistema é isolado de variáveis externas complexas inerentes ao movimento, por essa razão, a resistência aerodinâmica é desconsiderada para que a análise foque estritamente na variação de carga sob os pneus. Esse isolamento possibilita determinar os limites de aceleração, a capacidade máxima de inclinação da rampa e as restrições cinemáticas do automóvel, tal formulação geométrica estabelece uma correlação direta entre as coordenadas espaciais do centro de massa e as componentes da força gravitacional que incidem nas áreas de contato entre os pneus e o pavimento.

Dessa forma, este artigo tem como objetivo equacionar e analisar as reações normais estáticas nos eixos dianteiro e traseiro de veículos modelados como corpos rígidos bidimensionais, submetido a diferentes ângulos de inclinação longitudinal. Para validar a modelagem matemática, o estudo aplica as equações de equilíbrio em dados experimentais de um veículo de passeio (Hyundai Veloster), avaliando o impacto da adição de carga de passageiros na translação do centro de gravidade. Além disso, a pesquisa propõe uma análise comparativa do momento fletor de tombamento em aclives, contrastando o comportamento do veículo leve com o de um veículo de carga pesada.

2 - Fundamentação Teórica

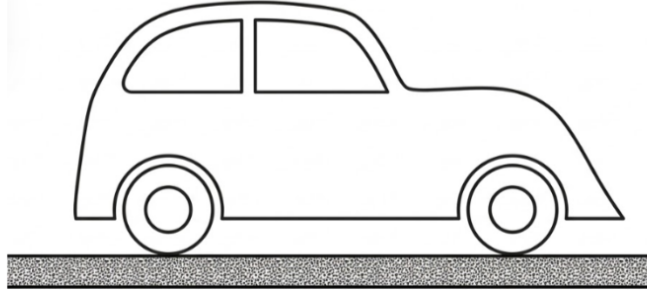
Para analisar as reações nos eixos de um veículo estacionado, é necessário definir os princípios fundamentais da física e mecânica. Assim, o veículo é modelado estruturalmente como um corpo rígido, assumindo-se que as deflexões da suspensão e a deformação dos pneus são desprezíveis para o cálculo das reações estáticas primárias.

Esse é um exemplo de equilíbrio estático na física, onde todas as forças atuantes sobre ele se cancelam, resultando em aceleração e velocidade nulas, ilustrado na figura 1. A determinação das forças

aplicadas a um carro provém da Primeira Lei de Newton (Lei da Inércia), sendo que a força resultante sobre ele é zero, e a inércia garante que ele permaneça nessa condição de repouso, a menos que uma força externa atue sobre ele. No equilíbrio de forças verticais e horizontais, elas se anulam, visto que na força peso (P) a gravidade puxa o veículo para baixo, a força normal (N) empurra o carro para cima, resultando no equilíbrio vertical em uma superfície plana (MOEBS; LING; SANNY, 2016).

$$P = m \cdot g \quad (1)$$

$$N = P \quad (2)$$



A soma das forças que atuam sobre um carro deve ser zero em qualquer direção.

Figura 1 – Carro em repouso, Fonte: Pickett, s.d.

Em uma análise bidimensional, utilizada para estudar a dinâmica longitudinal do veículo, essas condições são expressas pelo seguinte sistema de equações:

$$\sum F_x = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_z = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_y = 0 \quad (5)$$

Onde F_x e F_z representam o somatório das forças atuantes nas direções horizontal (longitudinal) e vertical (normal), respectivamente, e M_y representa o somatório dos momentos em torno do eixo transversal (JAZAR,2008).

Ademais, a permanência do veículo em repouso, mesmo em superfícies inclinadas, é garantida principalmente pela força de atrito estático (μ_x) entre os pneus e a pista, que se opõe à tendência de deslizamento provocada pela componente da força peso ao longo do plano inclinado. Quando o freio de mão é acionado, o sistema de frenagem aumenta a força de atrito nas rodas, elevando a resistência ao movimento e assegurando que o atrito estático seja superior às forças que tenderiam a deslocar o veículo mantendo-o imobilizado, sendo regido pela relação de atrito: $F_x = \mu_x \cdot F_z$. E no estudo das forças verticais atuantes sobre um veículo estacionado, a identificação das interações entre o veículo e o solo é fundamentada pela Terceira Lei de Newton, segundo a qual as forças surgem em pares de mesma intensidade e sentidos opostos, porém aplicadas em corpos distintos. Assim, a força peso exercida pela terra sobre o veículo possui como reação a força gravitacional exercida pelo veículo sobre a terra, enquanto as forças normais resultam do contato entre os pneus e o pavimento, caracterizando outro par ação-reação (PICKETT, s.d.).

Esse ponto de vista permite distinguir as forças que atuam no veículo daquelas que atuam no solo, o que pode ser visto na figura a seguir:

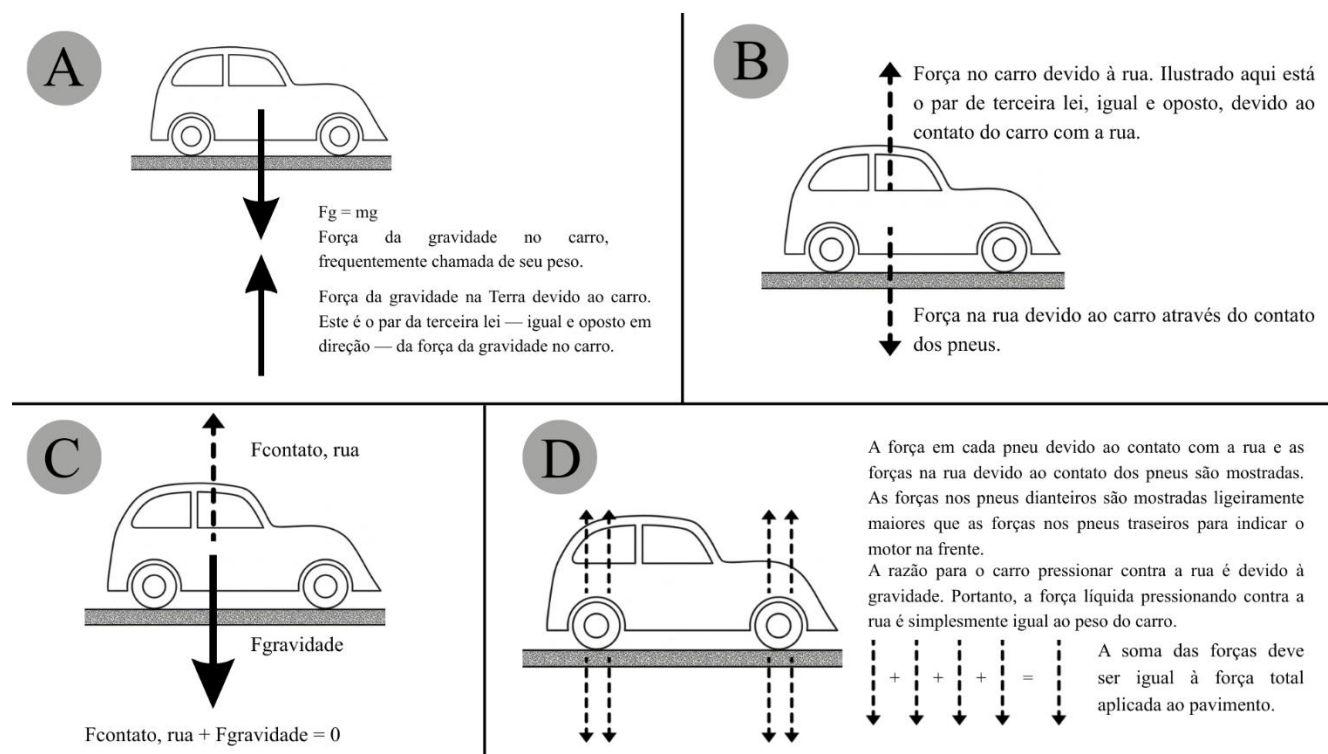


Figura 2: Forças do carro em repouso, Fonte: Pickett, s.d.

A energia potencial gravitacional de um carro no topo de uma ladeira representa sua capacidade de realizar trabalho, transformando-se em energia cinética à medida que o veículo desce e ganha

velocidade. No entanto, a segurança e o equilíbrio desse movimento dependem diretamente da distribuição de massa do veículo enquanto o Centro de Massa (SM) é o ponto teórico onde toda a matéria do carro se concentra independente da gravidade, o Centro de Gravidade (CG) é o ponto de aplicação da força peso resultante. Na prática, quanto mais baixo e centralizado estiver o centro de gravidade, maior será a estabilidade do automóvel reduzindo o risco de tombamentos em terrenos inclinados ou sob a ação de ventos laterais. Vale ressaltar que na terra, para objetos menores como o carro, caminhões tanto o SM quanto o CG coincidem num lugar exato, somente diferem em corpos extremamente grandes, onde a gravidade da parte superior é diferente da inferior (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016).

Para a modelagem matemática, um sistema de coordenadas precisa ser definido de acordo com a figura 3, com origem no CG ou no ponto de contato dos pneus, utilizando as seguintes variáveis:

a_1 : Distância horizontal do centro de massa até o eixo dianteiro.

a_2 : Distância horizontal do centro de massa até o eixo traseiro.

l : Distância entre eixos, definida matematicamente como $l = a_1 + a_2$.

h : Altura do centro de massa em relação ao plano do solo.

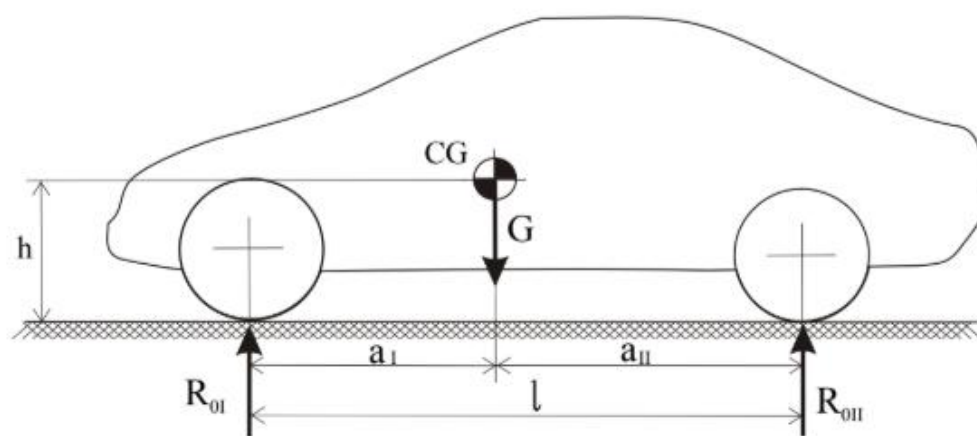


Figura 3: Posição Longitudinal do CG, Fonte: Nicolazzi; Rosa; Leal, 2012

A relação entre a_1 e a_2 define a distribuição de peso estática do veículo em uma via plana. Por exemplo, se $a_1 < a_2$, o centro de massa está mais próximo do eixo dianteiro, resultando em uma maior força normal sob as rodas frontais.

Além da distribuição de peso em um plano horizontal, é importante entender o comportamento dessas reações quando o veículo está em um plano inclinado. Em uma via com desnível, o vetor da força peso (P) não atua perpendicularmente à superfície de contato, sendo necessário decompor a força em duas componentes principais: uma componente normal à superfície ($P_z = m \cdot g \cdot \cos \theta$), que pressiona os

pneus contra o solo e uma componente tangencial ($P_x = m \cdot g \cdot \sin \theta$), que atua paralelamente à via e tende a mover o automóvel morro abaixo (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016).

É nesse cenário que entra o conceito de momento de força (torque) para determinar as reações. O momento é definido pelo produto vetorial entre a força aplicada e a distância perpendicular ao ponto de aplicação ao eixo de rotação.

No caso do carro estacionado, os pontos de contato dos pneus dianteiros e traseiros com o solo atuam como apoios. A altura do centro de gravidade (h) serve como um braço de alavanca para a componente tangencial ao peso, gerando um momento que causa a chamada transferência de carga estática. Em aclives, essa transferência diminui a carga no eixo superior e aumenta no eixo inferior (NICOLAZZI; ROSA; LEAL, 2012).

Por último, em termos teóricos, a estática do carro é definida por duas condições extremas de falha: o deslizamento e o tombamento. O escorregamento longitudinal acontece quando a componente tangencial do peso é maior que a força de atrito estático máxima disponível ($F_x > \mu_x \cdot F_z$). O capotamento imediato é alcançado quando a inclinação da estrada faz com que a linha de ação da força peso passe da base de apoio do carro (o ponto de contato do pneu inferior), momento em que a força normal de reação no eixo oposto se torna zero (JAZAR, 2008).

3 – Metodologia

A metodologia aplicada neste trabalho representa um estudo analítico e quantitativo, baseado em pesquisa bibliográfica e na análise de dados secundários. Para entender as reações nos eixos dianteiros e traseiros de carros estacionados, este artigo utiliza como base o modelo matemático e os procedimentos experimentais documentados por Fundowics, Sar e Brukalski (2021) no estudo “*Estimation of wheels’ normal reaction forces of automobile in steady-state curvilinear motion*”.

A pesquisa foi desenvolvida no Instituto de Veículos e Engenharia de Máquinas de Construção da Universidade de Tecnologia de Varsóvia. Adicionalmente, a fundamentação teórica para a modelagem das forças e momentos fundamenta-se na obra de Nicolazzi, Rosa e Leal (2012), intitulada “Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis”.

A pesquisa baseia-se na aplicação de equações estáticas sobre os dados experimentais obtidos no estudo de referência, cujo objeto de estudo foi um veículo modelo Hyundai Veloster, ano 2010. O processo de análise se divide nas seguintes etapas para cálculo e comparação:

3.1 - Determinação da Posição Horizontal do Centro de Massa

O primeiro passo realizado foi observar o veículo posicionado horizontalmente. As forças de reação normal foram medidas separadamente por cada roda do automóvel. Tendo a noção das distâncias entre os eixos ($l_{12} = 2,650 \text{ m}$) e a sua largura ($B = 1,560 \text{ m}$), os autores determinaram os parâmetros adimensionais L_1 e L_2 , que descrevem a distância do centro de massa do veículo até os seus respectivos eixos traseiros e dianteiros.

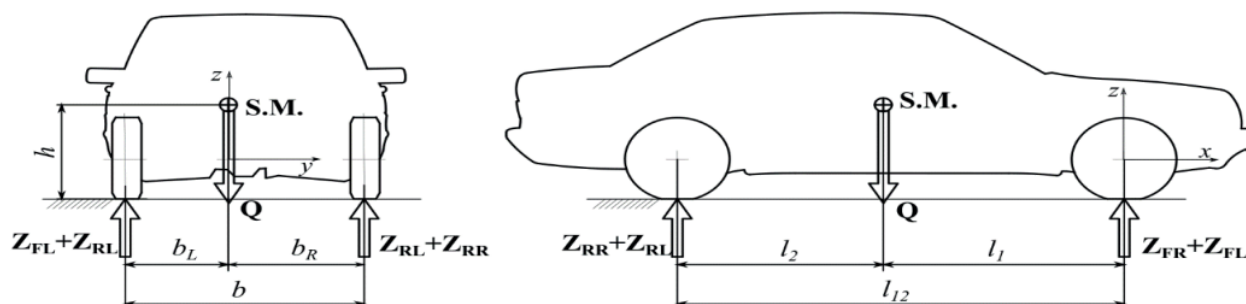


Figura 4: Localização do centro de massa e reações verticais no plano horizontal,

Fonte: Fundowicz et al., 2021.

O método também avalia os parâmetros T_F (*eixo dianteiro*) e T_R (*eixo traseiro*) que descrevem a distância do centro de massa em relação ao plano de simetria do veículo, permitindo identificar cargas assimétricas.

Tabela 1: Reações normais medidas por roda (veículo descarregado),

Fonte: Adaptado de Fundowicz et al., 2021

Força Roda Dianteira Direita	$Z_{FR} = 3408 \text{ N}$
Força Roda Dianteira Esquerda	$Z_{FL} = 3817 \text{ N}$
Força Roda Traseira Direita	$Z_{RR} = 2570 \text{ N}$
Força Roda Traseira Esquerda	$Z_{RL} = 2482 \text{ N}$

3.2 - Método de Elevação para determinação da Altura (h)

Para determinar a localização do centro de massa acima da superfície da via, a ideia consiste no conceito clássico que envolve a elevação de um dos eixos do veículo a uma altura conhecida e a medição da carga no eixo que permanece apoiado na superfície.

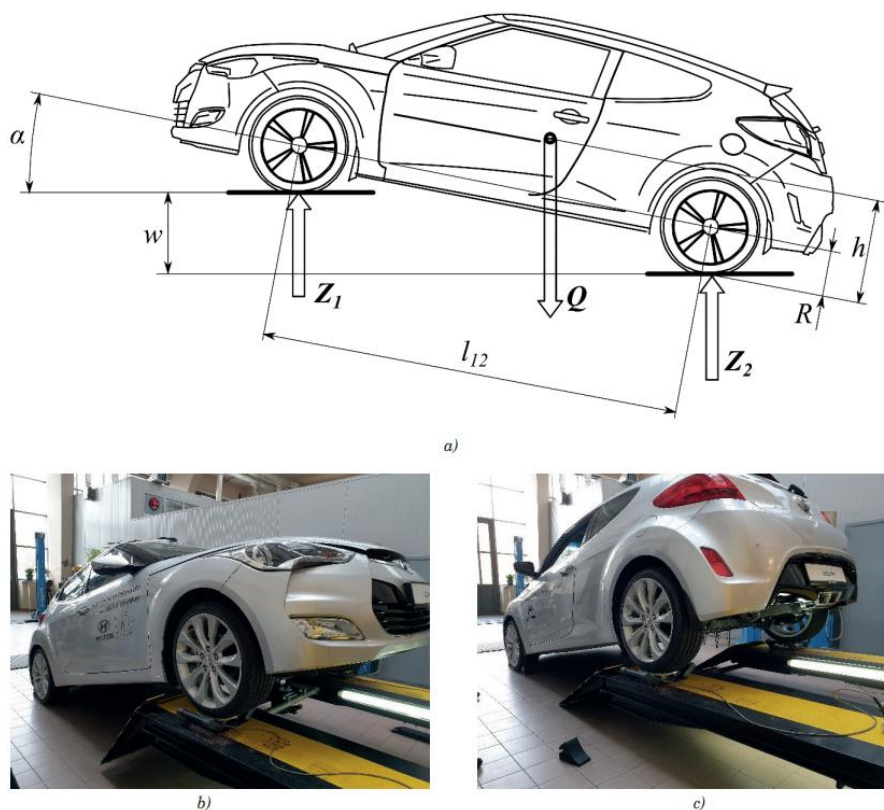


Figura 5: Método de medição da posição do centro de massa acima do plano do pavimento através da elevação do eixo, **Fonte:** Fundowicz et al., 2021.

O processo analisou diversas alturas de elevação (w) para garantir a precisão do cálculo da altura (h). Quando o eixo traseiro do veículo foi levantado em alturas variam de 0,47 m a 0,60 m, a carga no eixo dianteiro (Z_1 Força Normal total no eixo dianteiro) foi encontrada. A altura do centro de massa é calculada relacionando a força medida, a distância entre eixo (l_{12}), o ângulo de inclinação (α) e o raio da roda (R) através de equações de equilíbrio de momento.

Tabela 2: Resultados da elevação do eixo traseiro, Fonte: Adaptado de Fundowicz et al., 2021.

ELEVAÇÃO (w)	CARGA DOS EIXOS (Z_1)	ALTURA (h)
0,47	7467 N	0,6
0,53	7493 N	0,59
0,57	7510 N	0,59
0,60	7513 N	0,57

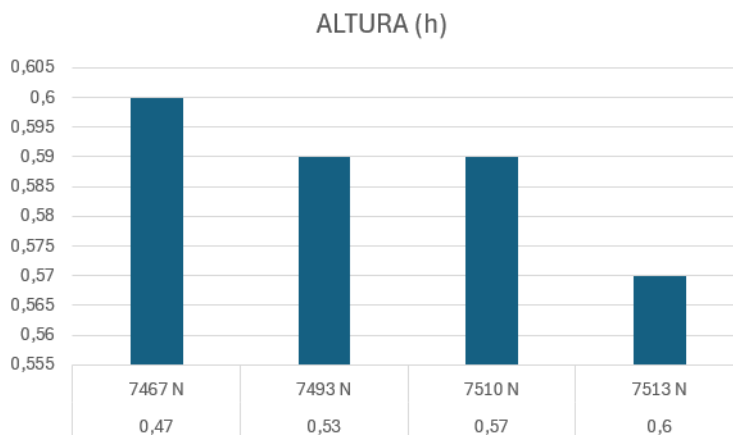


Figura 6: Gráfico com Resultados da elevação do eixo traseiro,

Fonte: Adaptado de Fundowicz et al., 2021.

3.3 - Análise da influência da Carga de Passageiros

Uma vez que na simulação de incidentes de trânsito ou na observação realista de estacionamento em vias inclinadas o veículo raramente é encontrado vazio, em base, a pesquisa incorpora cálculos para responder como é a influência dos ocupantes em relação a carga nas rodas. Através de equações de translação de coordenadas, é feito o cálculo da nova posição do centro de massa tridimensional (x, y, z) assumindo a adição de massas pontuais na origem. O estudo avaliou a massa do automóvel descarregado ($m_p = 1252 \text{ kg}$) e simulou a adição dos ocupantes de 85kg em diferentes configurações.

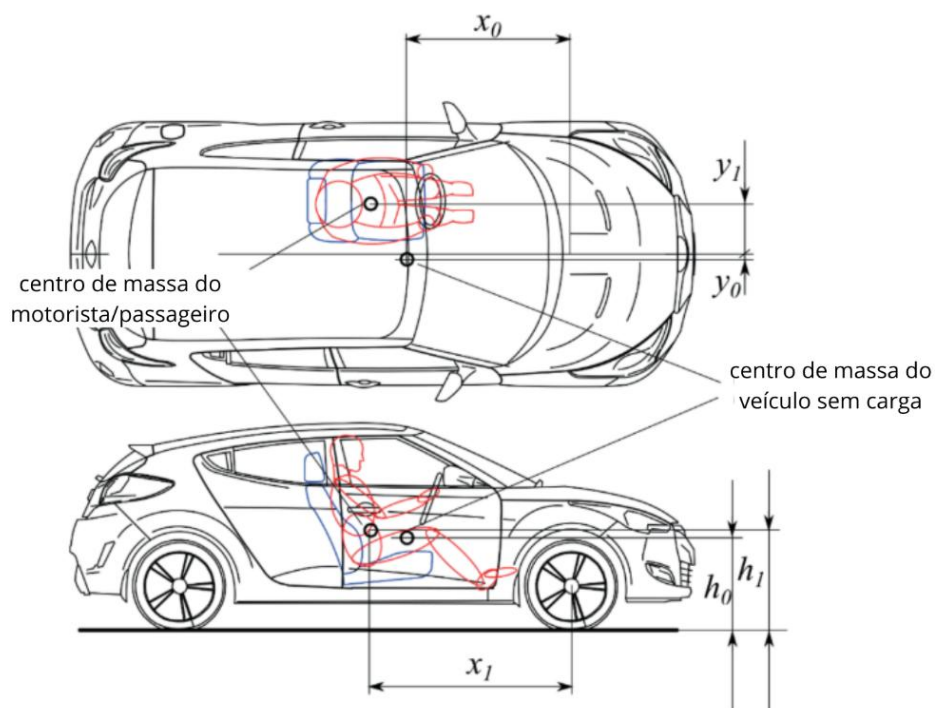


Figura 7: Posição do centro de massa do condutor no interior da origem, Fonte: Fundowicz et al., 2021.

Os cenários analisados no estudo incluíram a presença apenas do motorista, de ocupantes nos bancos dianteiros e a lotação completa com dois passageiros adicionados nos bancos traseiros. O deslocamento exato das coordenadas do centro de massa para cada uma destas configurações foi descrito na seção de análise e desenvolvimento.

3.4 - Análise Comparativa com Veículos Pesados

Para ampliar o estudo e evidenciar a influência da carga nas reações estáticas, a metodologia incorpora uma etapa de comparação utilizando dados secundários de literatura. Para isso adota-se como referência o estudo sobre as características de condução e carga de veículos desenvolvido por Rievaj et al. (2018).

A comparação irá constar o comportamento do veículo de passeio leve (estudo de caso base) com um modelo teórico de veículo de carga pesada (caminhão) com massa de 8000kg e capacidade máxima de carga útil também de 8000kg. O método analítico aplicará as equações de equilíbrio estático para avaliar o caminhão em duas condições de contorno distintas propostas pelo estudo de referência:

- Automóvel descarregado: Considerando a altura do centro de massa a 1,0m do solo;
- Veículo totalmente carregado: Considerando a altura do centro de massa a 1,5m do solo;

Essa modelagem comparativa demonstrará matematicamente como a elevação drástica do centro de gravidade afeta a transferência de força normal entre os eixos quando o veículo é estacionado em aclives, bem como o seu limite de tombamento (momento em que a reações normal no eixo superior se iguala a zero).

4 - Análise e Desenvolvimento

Nesta seção, é observado o desenvolvimento matemático das equações aplicadas aos dados experimentais do veículo de referência (Hyundai Veloster, 2010) e do modelo de veículo pesado, o objetivo é quantificar passo a passo, mostrando como a geometria do veículo e a adição de carga afetam a distribuição das forças normais nos eixos.

Para que tal análise seja viável, faz-se necessário, primeiramente a determinação da distribuição de carga nos eixos do veículo, e com isso é fundamental localizar o Centro de Gravidade (CG), ponto de aplicação das forças de peso e inércia. A posição horizontal do CG pode ser obtida através da pesagem individual dos eixos, conforme ilustrado na Figura 3. Baseando-se em Nicolazzi, Rosa e Leal (2012), e considerando R_{01} e R_{02} as reações nos eixos dianteiro e traseiro, respectivamente, e G o peso total, o equilíbrio de forças na vertical é dado por:

$$G = R_{01} + R_{02} \quad (6)$$

Ao definir a constante de distribuição $x = \frac{R_{02}}{G}$, as reações normais nos pneus podem ser expressas como:

$$R_{01} = (1 - x)G \text{ e } R_{02} = xG \quad (7)$$

A localização longitudinal do CG é obtida pelo equilíbrio de momentos em relação ao eixo dianteiro, resultando em:

$$G \cdot a_1 = R_{02} \cdot l \Rightarrow a_1 = \left(\frac{R_{02}}{G}\right)l \Rightarrow a_1 = x \cdot l \quad (8)$$

De forma análoga, para o eixo traseiro, o equilíbrio de momentos fornece:

$$G \cdot a_2 = R_{01} \cdot l \Rightarrow a_2 = (1 - x)l \quad (9)$$

Para a determinação da altura do centro de gravidade h em relação ao solo, sua coordenada vertical, é necessário realizar a pesagem do veículo em um plano inclinado de um ângulo α em relação à horizontal, conforme ilustrado na Figura 8.

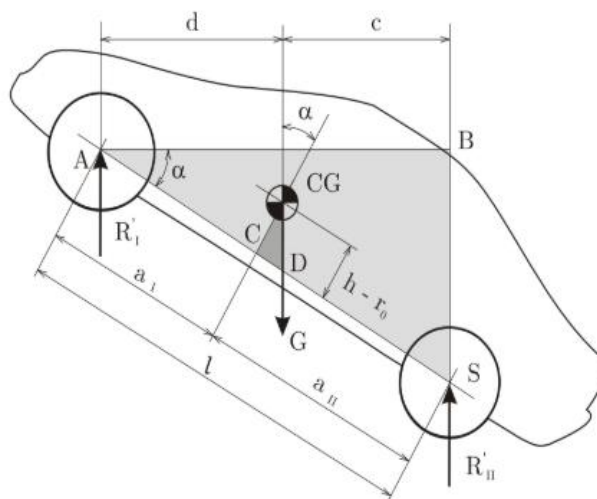


Figura 8: Posição CG na vertical, Fonte: Nicolazzi; Rosa; Leal, 2012.

A partir do equilíbrio de momentos em relação ao centro da roda traseira, estabelece-se a relação $R'_1(c + d) - Gc = 0$. Observando a geometria do triângulo ABS, identifica-se que $c + d = l \cdot \cos\alpha$. Substituindo esta relação na equação de equilíbrio, obtém-se:

$$R'_1 \cdot l \cdot \cos\alpha - Gc = 0 \Rightarrow R'_1 \cdot l = G[a_2 - (h - r_0)\tan\alpha] \quad (10)$$

Ao rearranjar os termos, a expressão assume a forma:

$$(h - r_0) \tan \alpha = l \left[\frac{a_2}{l} - \frac{R'_1}{G} \right] \quad (11)$$

Utilizando as definições adimensionais de distribuição de carga, onde $\frac{a_2}{l} = (1 - x)$ e $1 - x' = \frac{R'_1}{G}$, a posição vertical do CG pode ser isolada como: $(h - r_0) = l \cdot \cot \alpha [x' - x]$. Esta equação pode ser reescrita em termos das reações medidas para facilitar a aplicação prática:

$$(h - r_0) = \frac{l}{G} \cot \alpha [R_{01} - R'_1] \quad (13)$$

Onde:

R_{01} : reação do eixo dianteiro medida com o veículo na horizontal;

R'_1 : reação vertical do eixo dianteiro medida com o veículo na rampa.

Vale ressaltar que esta formulação assume pneus de raios idênticos. Para veículos com rodas de diâmetros distintos, a precisão do método depende de um ajuste no referencial, evitando o uso dos centros das rodas como base para o traçado da reta de referência AS.

Após a determinação das coordenadas horizontal e vertical do CG, torna-se necessário analisar o comportamento do veículo estacionado em um plano inclinado. As reações normais dos pneus sobre o solo variam em função da inclinação, uma vez que a força normal à pista passa a ser uma componente do peso total do veículo.

Com base no esquema da Figura 9, onde a linha de referência paralela à base da folha representa a pista inclinada, e aplicando-se as condições de equilíbrio estático, desenvolve-se o modelo matemático para a variação da força normal em função do ângulo de inclinação α .

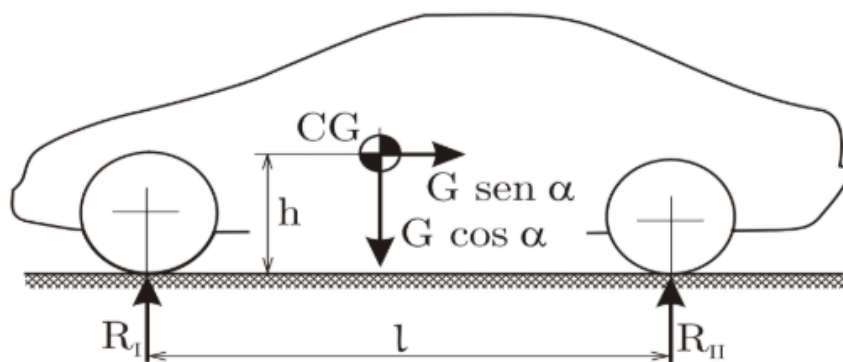


Figura 9: Veículo em uma rampa, Fonte: Nicolazzi; Rosa; Leal, 2012.

Do equilíbrio em relação aos eixos traseiro e dianteiro, obtêm-se, respectivamente:

$$R_1 = G \left[(1 - x) \cos \alpha - \frac{h}{l} \sin \alpha \right] \quad (14)$$

$$R_1 = G \left[x \cos \alpha + \frac{h}{l} \sin \alpha \right] \quad (15)$$

Estas equações podem ser reescritas considerando as reações originais no plano horizontal (R_{01} e R_{02}):

$$R_1 = R_{01} \cdot \cos \alpha - G \cdot \frac{h}{l} \cdot \sin \alpha \quad R_2 = R_{02} \cdot \cos \alpha + G \cdot \frac{h}{l} \cdot \sin \alpha \quad (16)$$

Ou, de forma simplificada, em função da transferência de carga (ΔG):

$$R_1 = R_{01} \cdot \cos \alpha - \Delta G \quad (17)$$

Onde:

ΔG : transferência de carga entre os eixos dianteiro e traseiro;

R_{01}, R_{02} : reações normais nos eixos dianteiro e traseiro em solo plano;

l : distância entre eixos do veículo;

h : altura do CG em relação à pista;

α : inclinação da pista em relação ao horizonte.

Fisicamente, este modelo descreve a transferência de carga resultante da componente do peso paralela à pista (resistência de inclinação). Esta força, agindo no CG, gera um momento em relação ao solo representado por $G \cdot h \cdot \sin \alpha$, o qual é equilibrado pelo binário gerado pela força ΔG atuante nos eixos, distanciados pelo comprimento l .

Com isso, é demonstrado como uma força longitudinal agindo no CG altera diretamente a distribuição de força normal entre as rodas e o solo. Em termos práticos, essa redistribuição implica que, em aclives, o eixo dianteiro tende a sofrer alívio de carga enquanto o eixo traseiro recebe acréscimo de reação normal. Essa variação torna-se mais acentuada quanto maior for a altura do centro de gravidade e o ângulo da rampa, evidenciando a influência direta desses parâmetros na estabilidade longitudinal do veículo.

4.1 - Desenvolvimento Matemático da Estática dos Eixos

Uma vez compreendida a influência da posição do CG e na distribuição de carga em superfícies inclinadas, procede-se à modelagem matemática do veículo em estudo, servindo como base para uma comparação técnica com o comportamento de veículos pesados, evidenciando as variações nas reações de apoio.

4.1.1 - Distribuição de Carga no Plano Horizontal

Aplicando as equações teóricas de distribuição de carga aos dados empíricos do Hyundai Veloster, a primeira etapa consiste em determinar a força peso total (Q) com o veículo estacionado em uma via plana. O peso é o somatório das reações verticais medidas nas quatro rodas (dados da tabela 1):

$$Q = 3408 + 3817 + 2570 + 2482 = 12277N$$

Agrupando as forças, a reação normal no eixo dianteiro (R_{01}) é de 7225N e no eixo traseiro (R_{02}) é de 5052N. Com a distância entre os eixos (l) definida em 2,650 m, as posições do centro de massa em relação aos eixos são calculadas através do equilíbrio de momentos:

$$a_1 = \left(\frac{R_{02}}{Q} \right) \cdot l = \left(\frac{5052}{12277} \right) \cdot 2,650 \approx 1,09 \text{ m}$$

$$a_2 = \left(\frac{R_{01}}{Q} \right) \cdot l = \left(\frac{7225}{12277} \right) \cdot 2,650 \approx 1,56 \text{ m}$$

Estes resultados demonstram que quase 60% do peso estático do automóvel descarregado está concentrado na porção dianteira ($R_{01} > R_{02}$), justificando-se pela presença do bloco do motor.

4.1.2 - Cálculo Trigonométrico da Altura do Centro de Gravidade (h)

Utilizando as equações de transferência de carga para os planos inclinados, analisa-se o cenário onde o eixo traseiro foi elevado a uma altura de 0,47 (w). A inclinação α gerada é:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{0,47}{2,650}\right) \approx 10,2^\circ$$

Neste ângulo, a nova força medida no eixo dianteiro foi de $R'_1 = 7467N$. Aplicando a equação teórica deduzida anteriormente para o veículo na rampa e considerando o raio estático do pneu como 0,30 m (r_0) isola-se h :

$$h = \frac{R'_1 \cdot l - Q \cdot a_2}{Q \cdot \tan \alpha} + r_0$$

$$h = \frac{7467 \cdot 2,650 - 12277 \cdot 1,56}{12277 \cdot \tan(10,2)} + 0,30 \approx 0,60 \text{ m}$$

Conforme planejado na metodologia, este cálculo foi realizado para determinar as demais alturas de elevação, confirmando uma convergência de dados para uma altura média do centro de gravidade de 0,58 m.

4.1.3 - Translação do Centro de Massa por adição de Ocupantes

Considerando o veículo descarregado como uma massa m_p de 1252 Kg, posicionando $a_1 = 1,09 \text{ m}$ do eixo dianteiro, simula-se o ingresso do motorista ($m_1 = 85 \text{ kg}$), posicionando a coordenada 1,42 m. A nova coordenada longitudinal do sistema é dada pela média ponderada das massas:

$$a_{novo} = \frac{1252 \cdot 1,09 + 85 \cdot 1,42}{1252 + 85} \approx 1,11 \text{ m}$$

Repetindo a formulação para os outros cenários, obtêm-se os resultados da Tabela 3. Os dados provam que, à medida que a cabine é ocupada, o peso “caminha” para trás (deslocando-se até 1,23m), sobrecarregando o eixo traseiro.

Tabela 3: Resultados da translação do centro de massa por adição de ocupantes,

Fonte: Adaptado de Fundowicz et al., 2021.

CONDIÇÃO DE CARGA	POSIÇÃO LONGITUDINAL (m)	POSIÇÃO TRANSVERSAL (m)
Apenas motorista	1,11	0,040
Motorista + 1 passageiro	1,13	0,018
Lotação completa (4 ocupantes)	1,23	0,016

4.1.4 - Transferência de Carga em Aclives: Veículo Leve vs. Caminhão

Para finalizar a análise da variável de h , compara-se o Hyundai Veloster com o caminhão documentado por Rievaj et al. (2018). O parâmetro é o momento fletor de tombamento (M) gerado pela

componente tangencial do peso ao estacionar em um aclive severo de $\alpha = 10^\circ$, descrito por $M = Q \cdot h \cdot \sin \alpha$

- Carro de passeio ($h = 0,58 \text{ m}$): $M = 12277 \cdot 0,58 \cdot \sin(10^\circ) \approx 1236 \text{ N} \cdot \text{m}$;
- Caminhão vazio ($h = 1,0 \text{ m}$): $M = 78480 \cdot 1 \cdot \sin(10^\circ) \approx 13624 \text{ N} \cdot \text{m}$;
- Caminhão carregado ($h = 1,5 \text{ m}$): $M = 156960 \cdot 1,5 \cdot \sin(10^\circ) \approx 40875 \text{ N} \cdot \text{m}$;

O contraste é notório. O carro leve experimenta um torque de transferência sutil. Já o drástico aumento da variável h no caminhão carregado não apenas soma, mas multiplica o momento fletor, alcançando massivos $40875 \text{ N} \cdot \text{m}$. Esta carga é transferida inteiramente para o eixo inferior, caracterizando a iminência de deslizamento ou tombamento.

5 - Resultados e Discussão

A análise das equações em conjunto com os dados experimentais demonstra que a estabilidade estática de um veículo não é definitiva, mas depende da posição do centro de massas e das condições de carga aplicadas.

Inicialmente, como foi exposto, o delineamento do Hyundai Veloster em solo plano revelou uma distribuição de massa desproporcional, no qual aproximadamente 60% do peso estático concentra-se no eixo dianteiro, com reações de 7225 N e 5052 N nos eixos frontal e traseiro respectivamente. Essa configuração tem como posição do CG ou centro de massa uma distância horizontal de 1,09 m do eixo dianteiro, o que de acordo com a literatura de dinâmica veicular de Gillespie (1992), favorece a tração em veículos com motor frontal, mas estabelece este eixo como o principal polo de transferência de carga em superfícies inclinadas.

Ademais, os resultados evidenciam que a variabilidade operacional, como a ocupação da cabine por passageiros, altera expressivamente o equilíbrio do sistema, visto que o ingresso de quatro ocupantes desloca o CG em 14 cm para a parte posterior do veículo, sendo o centro de massa do carro descarregado menos a posição do mesmo em lotação completa: $1,23 \text{ m} - 1,09 \text{ m} = 0,14 \text{ m}$. Sob a perspectiva de Milliken e Milliken (1995), esse recuo longitudinal do centro de massa implica em uma redistribuição das forças normais que pode comprometer a direção em aclives acentuados, uma vez que a capacidade de aderência e o atrito estático disponíveis são diretamente proporcionais a reação normal exercida sobre o solo. No entanto é importante ressaltar como uma limitação deste estudo que a adição de ocupantes foi modelada como massas pontuais rígidas na origem das coordenadas, não contabilizando a deformação dos assentos e das molas de suspensão, ou o deslocamento dinâmico de fluidos, o que pode gerar pequenas variações em relação a cenários reais.

Paralelamente, a determinação da altura média do ponto de aplicação da carga em 0,58 m permitiu realizar uma análise comparativa com veículos pesados, evidenciando a influência substancial da variável h na estabilidade. Enquanto o veículo de passeio gera um momento de transferência sutil de aproximadamente $1236 \text{ N} \cdot \text{m}$ em um aclive de 10° , um caminhão carregado com eixo de massa a 1,5m de altura atinge $40875 \text{ N} \cdot \text{m}$ sob a mesma inclinação. Esse contraste de magnitude reforça as observações de Rievaj et al. (2018) sobre como a carga útil elevada potencializa riscos de tombamento.

Em última análise, as condições extremas de falha discutidas por Jazar (2008) indicam que, para veículos leves, o deslizamento longitudinal costuma preceder o capotamento devido ao baixo perfil de massa, entretanto, no modelo pesado estudado, a transferência de carga é tão severa que a reação no eixo superior se aproxima de zero rapidamente. Consequentemente, integrando-se as teorias de Gillespie (1992), é observado que em aclives severos a eficiência do freio de estacionamento se torna grave, pois se a redistribuição de forças alivia o eixo frenado, o veículo pode escorregar mesmo com as rodas travadas, um cenário de risco agravado pelas variações de carga e inclinação documentadas neste estudo.

6 - Conclusão

Mostrou-se útil examinar o comportamento básico dos veículos usando conceitos de equilíbrio estático. Apesar disso, foi necessário modelar com precisão a maneira como a força normalmente se ajusta ao solo em rampas ou cargas distintas. Diferentemente do senso comum, a segurança num automóvel não surge só pela massa bruta dele. Em vez disso, ela se liga diretamente à posição tridimensional do centro de massa. Assim, cada cálculo feito reforça essa ligação entre geometria interna e resposta externa ao terreno.

A altura reduzida do centro de massa, nesse modelo leve analisado, faz com que as forças geradas em subidas íngremes permaneçam pequenas suficientemente controladas pelo atrito para evitar tombos bruscos. Mesmo quando ocupantes são incluídos, alterando a distribuição sobre os eixos e aumentando a demanda na parte posterior, a estabilidade geral não sai dos limites considerados seguros durante paradas ou movimentos lentos.

Já na análise com o caminhão carregado, ficou evidente como a subida do centro de gravidade torna o comportamento instável. Esse deslocamento potencializa o giro em torno do ponto de apoio, eliminando qualquer força nos pneus traseiros até provocar capotagem. Ao término, os resultados mostram que ajustar corretamente os freios de estacionamento é essencial, eles precisam resistir não somente ao peso total do veículo, mas também às mudanças intensas na distribuição das cargas causadas por aclives acentuados quando o transporte opera no limite.

Referências

FUNDOWICZ, P.; SAR, H.; BRUKALSKI, M. *Estimation of wheels' normal reaction forces of automobile in steady-state curvilinear motion*. Communications - Scientific Letters of the University of Zilina, Žilina, v. 23, n. 4, p. B317-B324, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.26552/com.C.2021.4.B317-B324>. Acesso em: 27 fev. 2026.

GILLESPIE, Thomas D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA: SAE International, 1992. Disponível em: https://openlibrary.org/books/OL1712217M/Fundamentals_of_vehicle_dynamics. Acesso em: 08 mar. 2026.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. *Fundamentos de Física: Mecânica*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 1. Acesso em: 22 fev. 2026.

JAZAR, Reza N. *Forward Vehicle Dynamics*. In: *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. Boston, MA: Springer, 2008. p.39-94. Disponível em: https://www.academia.edu/6878151/Forward_Vehicle_Dynamics. Acesso em: 22 fev. 2026.

MILLIKEN, William F.; MILLIKEN, Douglas L. *Race Car Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA: SAE International, 1995. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/858209436/Race-Car-Vehicle-Dynamics-Milliken-Milliken>. Acesso em: 08 mar. 2026.

MOEBS, William; LING, Samuel J.; SANNY, Jeff. *University Physics Volume 1*. Houston, Texas: OpenStax, 2016. Disponível em: <https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/1-introduction>. Acesso em: 22 fev. 2026.

NICOLAZZI, Lauro Cesar; ROSA, Edison da; LEAL, Longuinho da Costa Machado. *Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis*. Florianópolis: UFSC/CTC/EMC/GRANTE, 2012. Acesso em: 22 fev. 2026.

PICKETT, Galen T. *Take-Home Exp. # 5B: Standing Still: A Special Case of Equilibrium, Newton's Laws and "Balanced" Forces*. California State University, Long Beach, s.d. Disponível em: <https://home.csulb.edu/~gpickett/PS112/thexp5B.pdf>. Acesso em: 22 fev. 2026.

RIEVAJ, V.; VRÁBEL, J.; SYNÁK, F.; BARTUŠKA, L. *The effects of vehicle load on driving characteristics*. Advances in Science and Technology Research Journal, Lublin, v. 12, n. 1, p. 142-149,

mar. 2018. DOI: 10.12913/22998624/80896. Disponível em: <http://www.astrj.com>. Acesso em: 27 fev. 2026.