



Vibrações Mecânicas

Prof. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues



Aula - 12

Vibração Livre com Amortecimento Viscoso



Conteúdos Abordados Nessa Aula

Aula 12

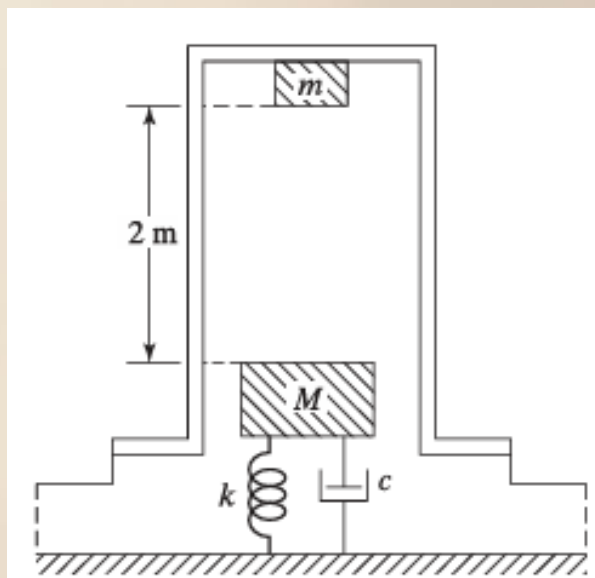
-  Vibração Livre com Amortecimento Viscoso;
-  Sistema Massa-Mola-Amortecedor;
-  Sistemas com Um Grau de Liberdade;
-  Solução de Exercícios.



Exemplo de Aplicação

Aula 12

- ☉ A bigorna de um martelo de forjar pesa 5000 N e está montada sobre uma base que possui uma rigidez de $5 \cdot 10^6$ N/m e um fator de amortecimento viscoso $c/c_c = 0,09899$. Durante determinada operação de forjamento, o martelo-pilão com peso de 1000 N é acionado e cai de uma altura de 2 m sobre a bigorna, conforme mostrado na figura. Se a bigorna estiver em repouso antes do impacto do pilão, determine a resposta da bigorna após o impacto. Considere que o deslocamento da bigorna é dado por $x = e^{-(c/c_c) \cdot \omega_n \cdot t} \cdot [\cos(\omega_d \cdot t) + 0,0149 \cdot \sin(\omega_d \cdot t)]$ m.





Solução do Exemplo

Aula 12

🌐 O fator de amortecimento é $c/c_c = 0,09899$:

🌐 A frequência natural não amortecida da bigorna é:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \longrightarrow \quad \omega_n = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^6}{5000/9,81}}$$

$$\omega_n = 98,99 \text{ rad/s}$$

🌐 A frequência natural amortecida da bigorna é:

$$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}$$

$$\omega_d = 98,99 \cdot \sqrt{1 - 0,09899^2}$$

$$\omega_d = 98,02 \text{ rad/s}$$

🌐 Portanto, a equação do deslocamento da bigorna pode ser escrita da seguinte forma:

$$x = e^{-(c/c_c) \cdot \omega_n \cdot t} \cdot [\cos(\omega_d \cdot t) + 0,0149 \cdot \sin(\omega_d \cdot t)]$$

$$x = e^{-(0,09899) \cdot 98,99 \cdot t} \cdot [\cos(98,02 \cdot t) + 0,0149 \cdot \sin(98,02 \cdot t)]$$

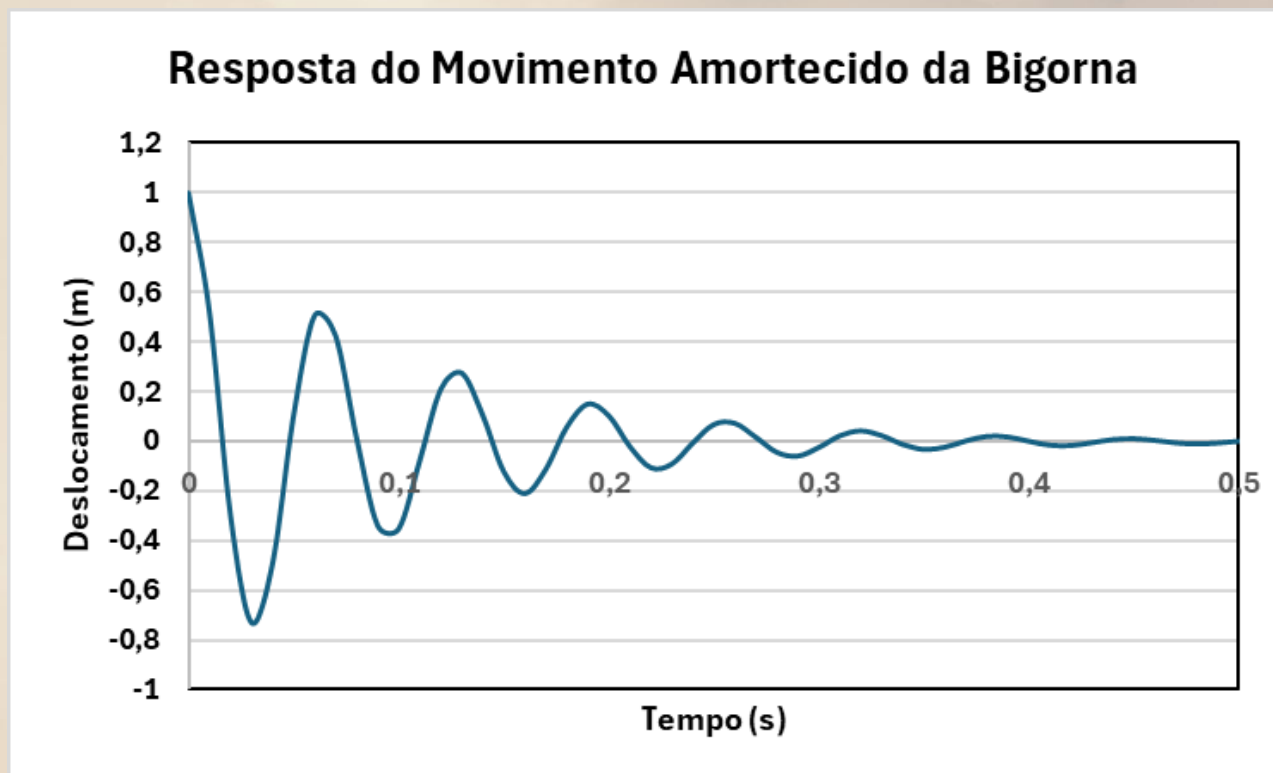
$$x = e^{-9,799 \cdot t} \cdot [\cos(98,02 \cdot t) + 0,0149 \cdot \sin(98,02 \cdot t)]$$



Solução do Exemplo

Aula 12

🌐 A representação gráfica do movimento amortecido da bigorna é:

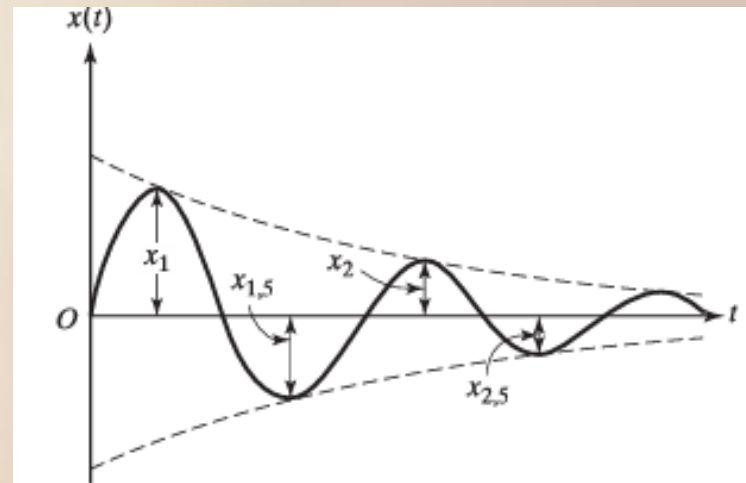
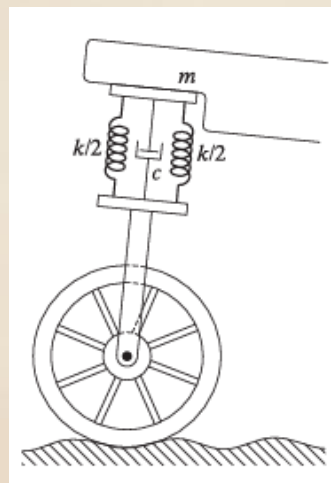




Exemplo de Aplicação

Aula 12

- 🌐 O projeto de um absorvedor de choque subamortecido para uma motocicleta de 200 kg de massa deve atender as seguintes especificações: quando o amortecedor estiver sujeito a uma velocidade vertical inicial devido a uma saliência na estrada, a curva deslocamento versus tempo resultante deve ter a forma indicada na figura. Determine as constantes de rigidez e amortecimento necessárias para o amortecedor se o período de vibração amortecida for de 2 s, a frequência natural for de $\omega_n = 3,4338$ rad/s e a amplitude x_1 tiver de ser reduzida a um quarto em um meio ciclo ($x_{1,5} = x_1/4$).





Solução do Exemplo

Aula 12

- Considerando a frequência natural $\omega_n = 3,4338$ rad/s, a constante de amortecimento crítico é dada por:

$$c_c = 2 \cdot m \cdot \omega_n \longrightarrow c_c = 2 \cdot 200 \cdot 3,4338$$

$$c_c = 1373,54 \text{ Ns/m}$$

- Como o período amortecido é igual a 2 s, a frequência natural amortecida será dada por:

$$\tau_d = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_d} \longrightarrow \omega_d = \frac{2 \cdot \pi}{\tau_d} \longrightarrow \omega_d = \frac{2 \cdot \pi}{2}$$

$$\omega_d = \pi \longrightarrow \omega_d = 3,1416 \text{ rad/s}$$

- Através da aplicação do decremento logarítmico é possível determinar a constante de amortecimento:

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_d} \cdot \frac{c}{2 \cdot m}$$

- Como $(x_{1,5} = x_1/4)$, pode-se escrever que $(x_2 = x_{1,5}/4)$, portanto:

$$(x_2 = x_1/16)$$

- Resultando em:

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_1/16} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_d} \cdot \frac{c}{2 \cdot m}$$



Solução do Exemplo

Aula 12

 Solucionando a equação do decremento logarítmico tem-se que:

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_1/16} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_d} \cdot \frac{c}{2 \cdot m}$$

$$\ln(16) = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_d} \cdot \frac{c}{2 \cdot m}$$

$$2,7725 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_d} \cdot \frac{c}{2 \cdot m}$$

$$2,7725 = \frac{2 \cdot \pi}{\pi} \cdot \frac{c}{2 \cdot 200}$$

$$2,7725 = \frac{c}{200}$$

$$c = 2,7725 \cdot 200 \quad \longrightarrow \quad c = 554,5 \text{ Ns/m}$$

 A rigidez será:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \longrightarrow \quad \omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

$$k = m \cdot \omega_n^2$$

$$k = 200 \cdot 3,4338^2$$

$$k = 2358,2 \text{ N/m}$$



Exercícios Propostos

Aula 12

1. O bloco mostrado na figura tem massa de 20 kg e a mola tem rigidez $k = 600 \text{ N/m}$. Após o bloco ser deslocado e solto, efetuaram-se duas medidas da amplitude $x_1 = 150 \text{ mm}$ e $x_2 = 87 \text{ mm}$. Determine o coeficiente de amortecimento viscoso c .





Exercícios Propostos

Aula 12

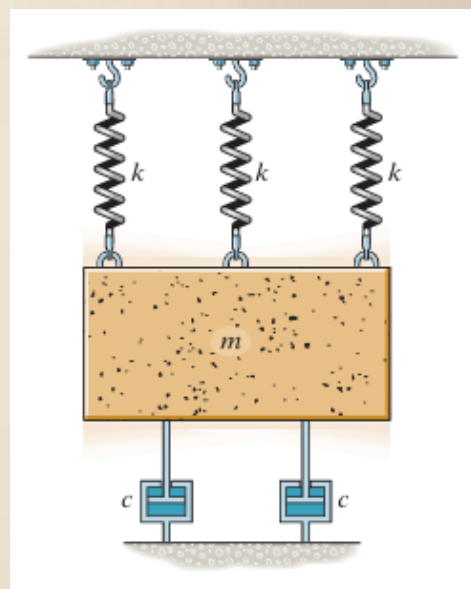
2. Um bloco de 0,8 kg está suspenso por uma mola de rigidez igual a 120 N/m. Se um amortecedor apresenta força de amortecimento de 2,5 N quando a velocidade é de 0,2 m/s, determine o período de vibração livre.
3. Um bloco de 7 kg está suspenso por uma mola de rigidez $k = 600$ N/m. No instante $t = 0$, imprime-se ao bloco na posição de equilíbrio uma velocidade de 0,6 m/s. Determine sua posição em função do tempo. O movimento ocorre num meio que oferece uma força de amortecimento $F = (50 \cdot |v|)$ N, onde v é dado em m/s. Considere deslocamentos positivos para baixo.



Exercícios Propostos

Aula 12

4. Determine a equação diferencial de movimento para o sistema vibratório amortecido mostrado na figura. Que tipo de movimento ocorre para esse sistema? Considere $k = 100 \text{ N/m}$, $c = 200 \text{ Ns/m}$ e $m = 25 \text{ kg}$.



Obrigado Pela Atenção

Nos Encontramos na Próxima Aula

