



Resistência dos Materiais

Prof. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues



Aula - 5

Carga Axial e Princípio de Saint-Venant



Conteúdos Abordados Nessa Aula

Aula 5

 Carga Axial;

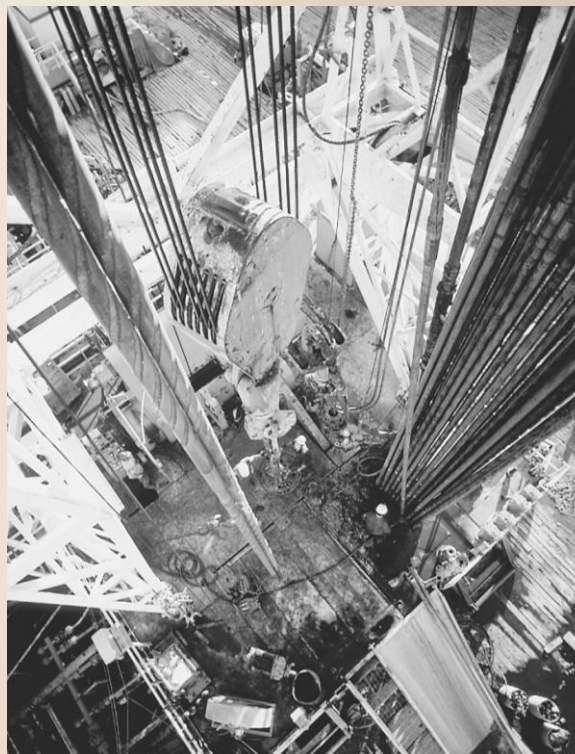
 Princípio de Saint-Venant.



Carga Axial

Aula 5

- ✈ A tubulação de perfuração de petróleo suspensa no guindaste da perfuratriz está submetida a cargas e deformações axiais extremamente grandes, portanto, o engenheiro responsável pelo projeto deve ser extremamente capaz de identificar essas cargas e deformações a fim de garantir a segurança do projeto.

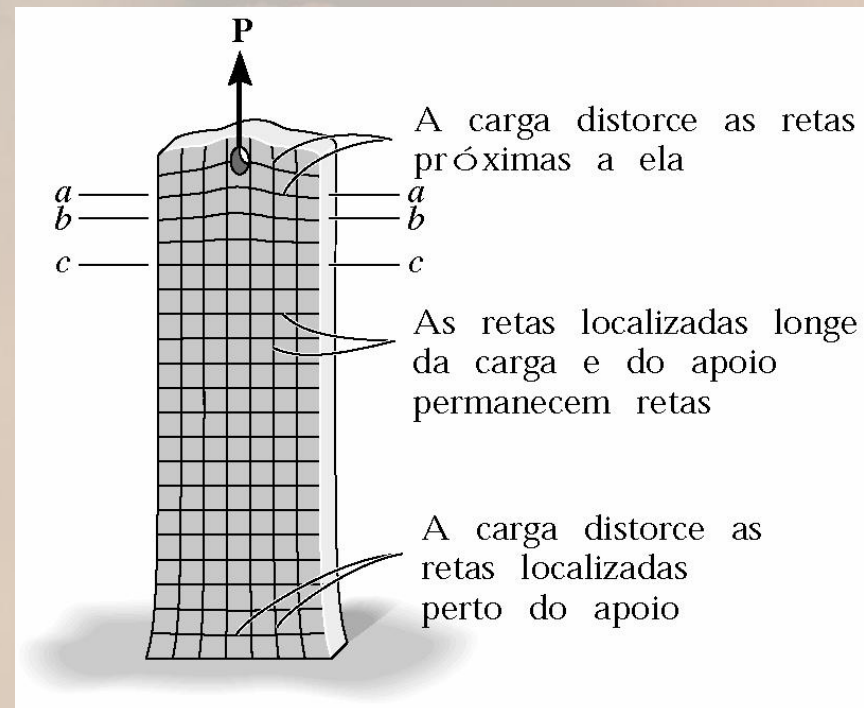




Princípio de Saint-Venant

Aula 5

- Uma barra deforma-se elasticamente quando submetida a uma carga P aplicada ao longo do seu eixo geométrico.
- Para o caso representado, a barra está fixada rigidamente em uma das extremidades, e a força é aplicada por meio de um furo na outra extremidade.
- Devido ao carregamento, a barra se deforma como indicado pelas distorções das retas antes horizontais e verticais, da grelha nela desenhada.





Deformação Elástica com Carga Axial

Aula 5

- ✈ A partir da aplicação da lei de Hooke e das definições de tensão e deformação , pode-se desenvolver uma equação para determinar a deformação elástica de um elemento submetido a cargas axiais.

$$\sigma = \frac{P(x)}{A(x)}$$

$$\varepsilon = \frac{d\delta}{dx}$$

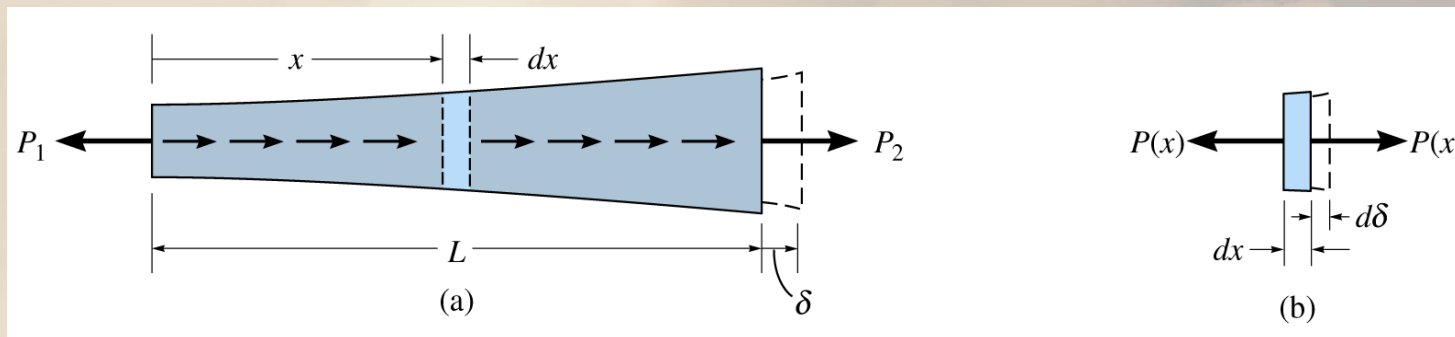
- ✈ Desde que essas quantidades não excedam o limite de proporcionalidade, as mesmas podem ser relacionadas utilizando-se a Lei de Hooke, ou seja:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



Deformação Elástica com Carga Axial

Aula 5



As equações podem ser escritas do seguinte modo:

$$\frac{P(x)}{A(x)} = E \left(\frac{d\delta}{dx} \right)$$

$$d\delta = \frac{P(x) \cdot dx}{A(x) \cdot E}$$



Deformação Elástica com Carga Axial

Aula 5

✈ Portanto, na forma integral tem-se que:

$$\delta = \int_0^L \frac{P(x) \cdot dx}{A(x) \cdot E}$$

✈ onde:

✈ d = deslocamento de um ponto da barra em relação a outro.

✈ L = distância entre pontos.

✈ $P(x)$ = Força axial interna da seção, localizada a uma distância x de uma extremidade.

✈ $A(x)$ = área da seção transversal da barra expressa em função de x .

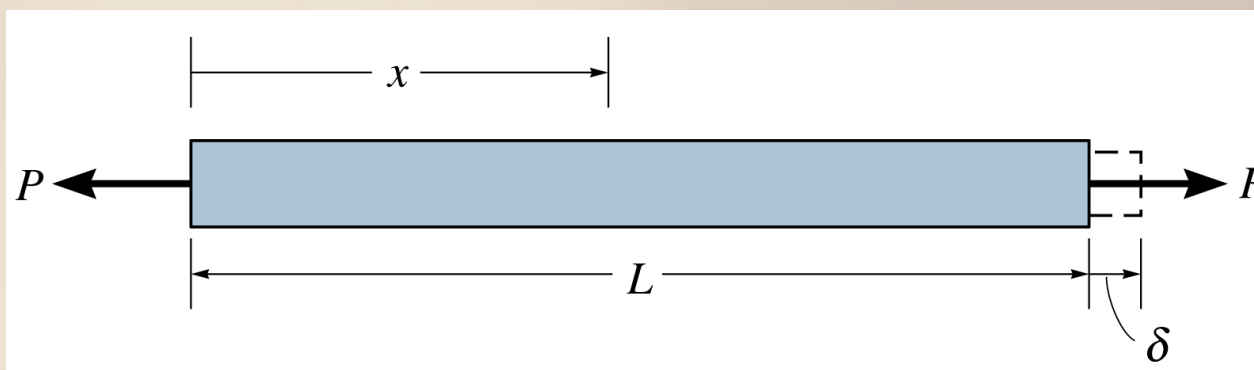
✈ E = módulo de elasticidade do material.



Carga Uniforme e Seção Transversal Constante

Aula 5

- Em muitos casos, a barra tem área da seção transversal constante **A**; o material será homogêneo, logo **E** é constante. Além disso, se uma força externa constante for aplicada em cada extremidade como mostra a figura, então a força interna **P** ao longo de todo o comprimento da barra também será constante.



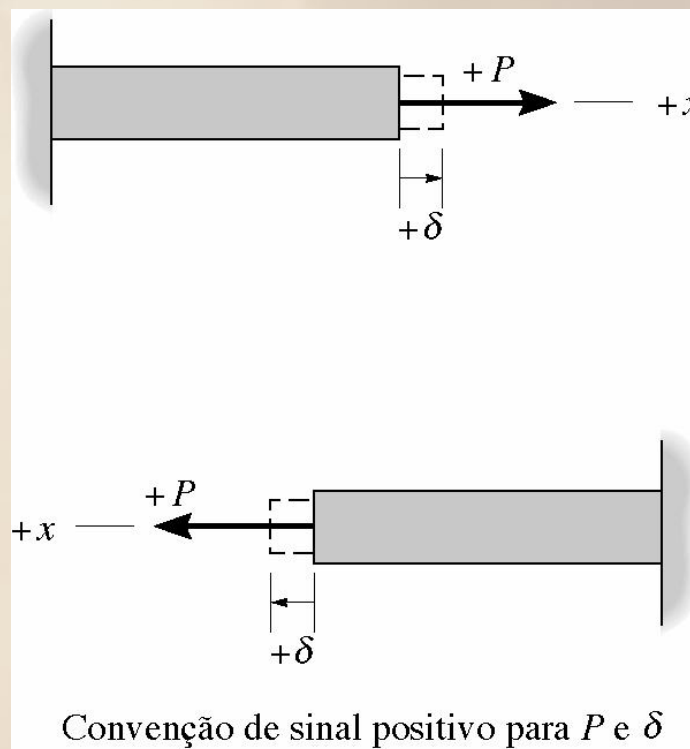
$$\delta = \frac{P \cdot L}{A \cdot E}$$



Convenção de Sinais

Aula 5

- ✈ Considera-se força e deslocamento como positivos se provocarem, respectivamente tração e alongamento; ao passo que a força e deslocamento são negativos se provocarem compressão e contração respectivamente.

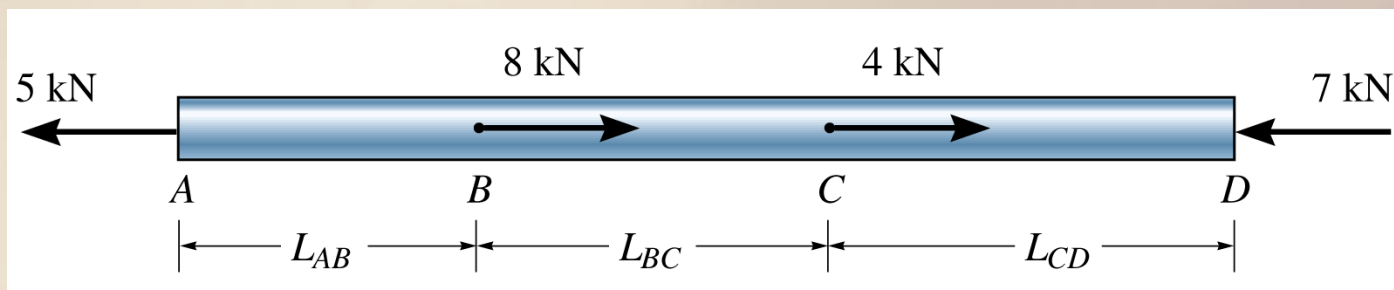




Componente com Diversas Forças Axiais

Aula 5

- Se o componente for submetido a diversas forças axiais diferentes ou, ainda, a área da seção transversal ou o módulo de elasticidade mudarem abruptamente de uma região para outra do componente, deve-se calcular o deslocamento para cada segmento desse componente e então realizar a adição algébrica dos deslocamentos de cada segmento.

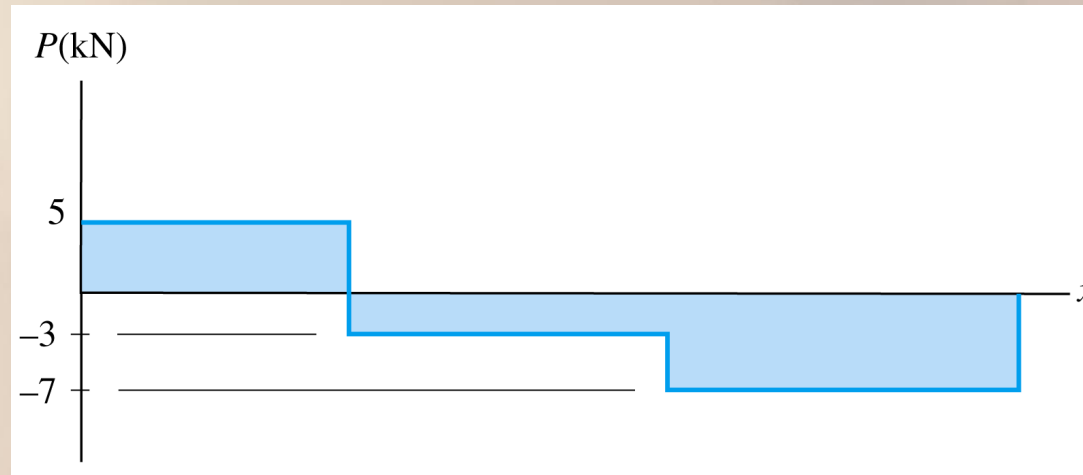
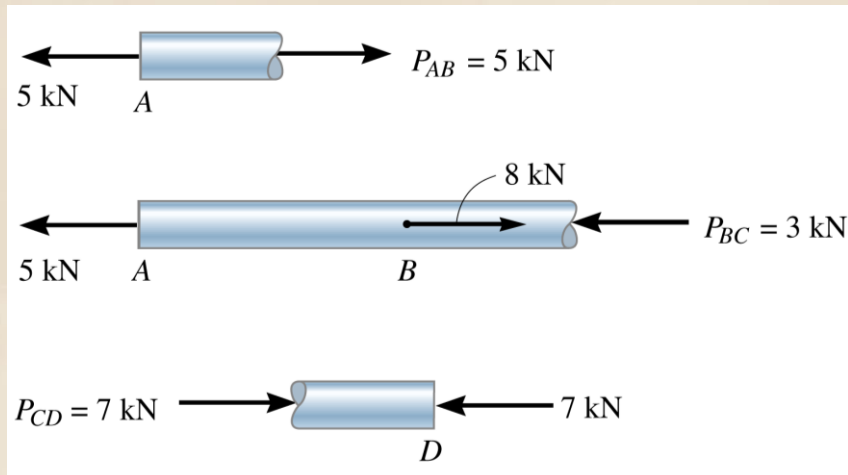
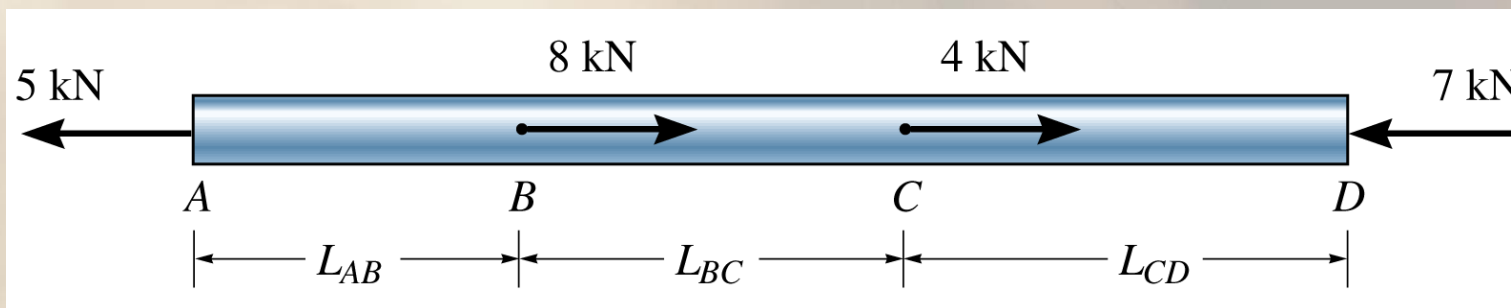


$$\delta = \sum \frac{P \cdot L}{A \cdot E}$$



Diagrama de Cargas Axiais

Aula 5

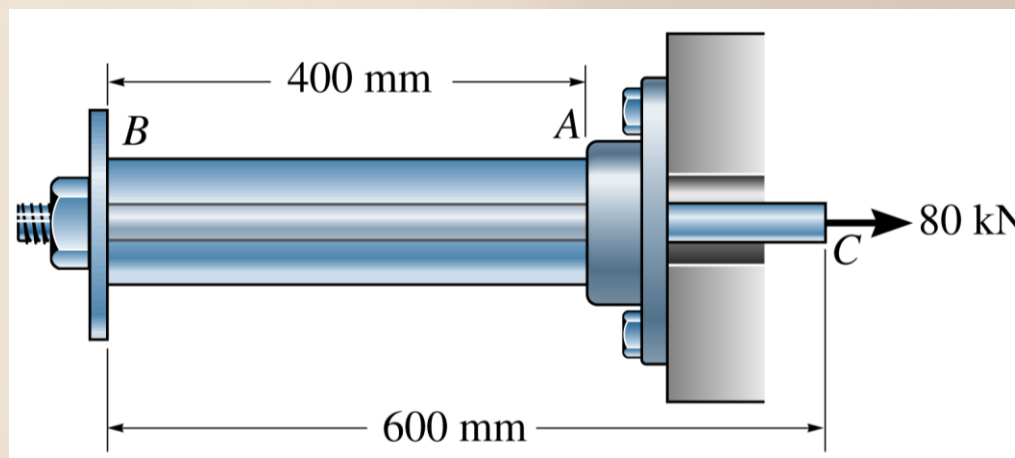




Exemplo de Aplicação

Aula 5

- ✈ O conjunto mostrado na figura consiste de um tubo de alumínio AB com área da seção transversal de 400 mm^2 . Uma haste de aço de 10 mm de diâmetro está acoplada a um colar rígido que passa através do tubo. Se for aplicada uma carga de tração de 80 kN à haste, qual será o deslocamento da extremidade C ? Supor que $E_{\text{aço}} = 200 \text{ GPa}$ e $E_{\text{al}} = 70 \text{ GPa}$.

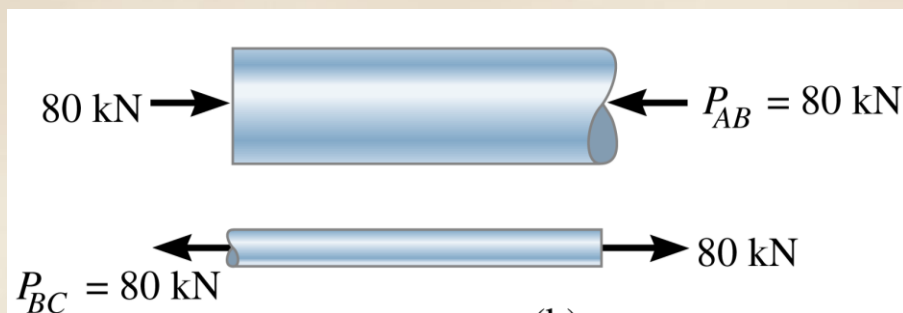




Solução do Exemplo

Aula 5

- 🌐 O diagrama de corpo livre do tubo e da haste mostra que a haste está sujeita a uma tração de 80 kN e o tubo está sujeito a uma compressão de 80 kN.



- 🌐 Deslocamento de C em relação à B:

$$\delta_{CB} = \frac{P \cdot L}{A \cdot E}$$

$$\delta_{CB} = \frac{+80 \cdot 10^3 \cdot 0,6}{\pi \cdot (0,005)^2 \cdot 200 \cdot 10^9}$$

$$\delta_{CB} = +0,003056 \text{ m} \longrightarrow$$

- 🌐 O sinal positivo indica que a extremidade C move-se para a direita em relação à extremidade B, visto que a barra se alonga.



Solução do Exemplo

Aula 5

🌐 Deslocamento de B em relação à A :

$$\delta_B = \frac{P \cdot L}{A \cdot E}$$

$$\delta_B = \frac{-80 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{400 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^9}$$

$$\delta_B = -0,001143 \text{ m} \rightarrow$$

🌐 O sinal negativo indica que o tubo se encurta e, assim, B move-se para a direita em relação a A .

🌐 Como ambos os deslocamentos são para a direita, o deslocamento resultante de C em relação à extremidade fixa A é:

$$\delta_C = \delta_B + \delta_{CB}$$

$$\delta_C = 0,001143 + 0,003056$$

$$\delta_C = 0,00420 \text{ m}$$

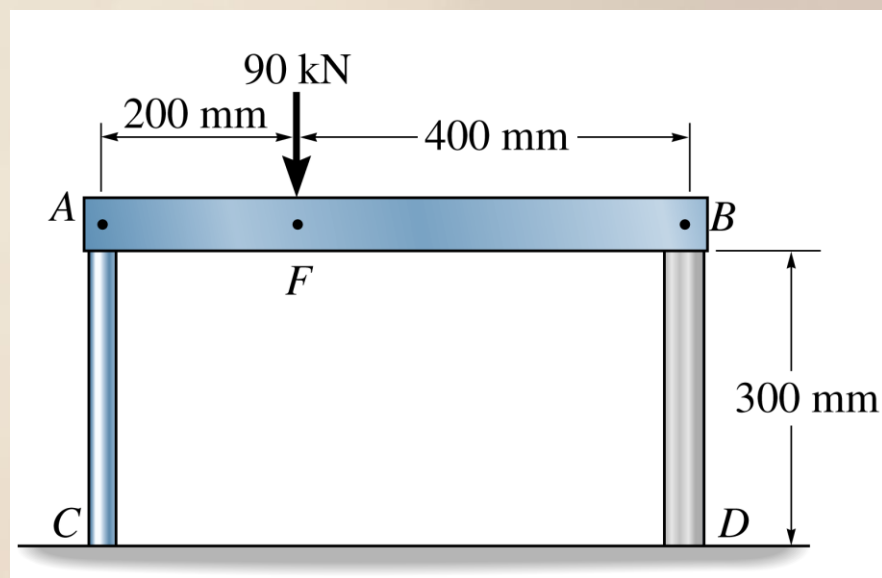
$$\delta_C = 4,20 \text{ mm} \rightarrow$$



Exemplo de Aplicação

Aula 5

- Uma viga rígida AB apoia-se sobre dois postes curtos como mostrado na figura. AC é feito de aço e tem diâmetro de 20 mm; BD é feito de alumínio e tem diâmetro de 40 mm. Determinar o deslocamento do ponto F em AB se for aplicada uma carga vertical de 90 kN nesse ponto. Admitir $E_{aço} = 200 \text{ GPa}$ e $E_{al} = 70 \text{ GPa}$.





Solução do Exemplo

Aula 5

Reações de apoio:

$$\sum M_A = 0$$

$$-90 \cdot 0,2 + P_{BD} \cdot 0,6 = 0$$

$$P_{BD} = \frac{90 \cdot 0,2}{0,6}$$

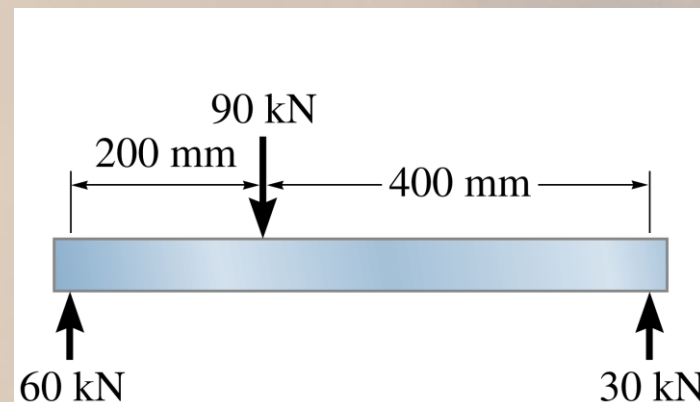
$$P_{BD} = 30 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0$$

$$P_{AC} + P_{BD} - 90 = 0$$

$$P_{AC} = 90 - 30$$

$$P_{AC} = 60 \text{ kN}$$





Solução do Exemplo

Aula 5

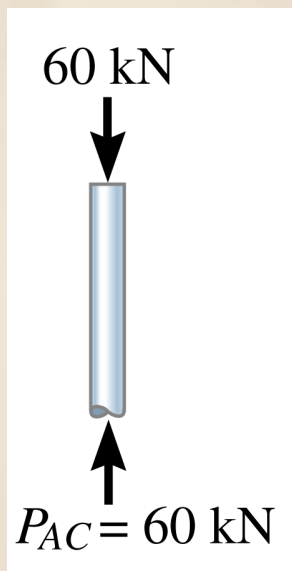
Poste AC:

$$\delta_A = \frac{P_{AC} \cdot L_{AC}}{A_{AC} \cdot E_{aço}}$$

$$\delta_A = \frac{-60 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{\pi \cdot (0,010)^2 \cdot 200 \cdot 10^9}$$

$$\delta_A = -286 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_A = 0,286 \text{ mm} \downarrow$$



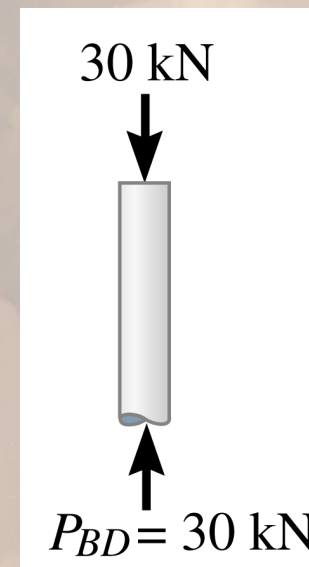
Poste BD:

$$\delta_B = \frac{P_{BD} \cdot L_{BD}}{A_{BD} \cdot E_{al}}$$

$$\delta_B = \frac{-30 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{\pi \cdot (0,020)^2 \cdot 70 \cdot 10^9}$$

$$\delta_B = -102 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_B = 0,102 \text{ mm} \downarrow$$





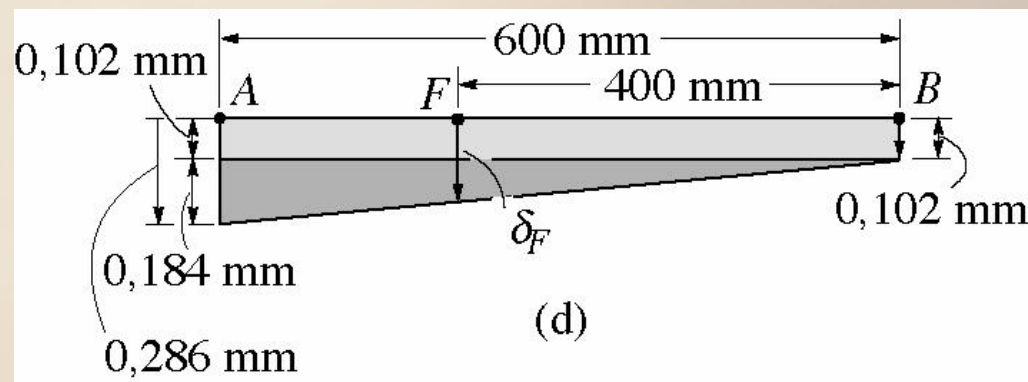
Solução do Exemplo

Aula 5

✈ Pela proporção do triângulo tem-se que:

$$\delta_F = 0,102 + 0,184 \cdot \left(\frac{400}{600} \right)$$

$$\delta_F = 0,225 \text{ mm} \downarrow$$

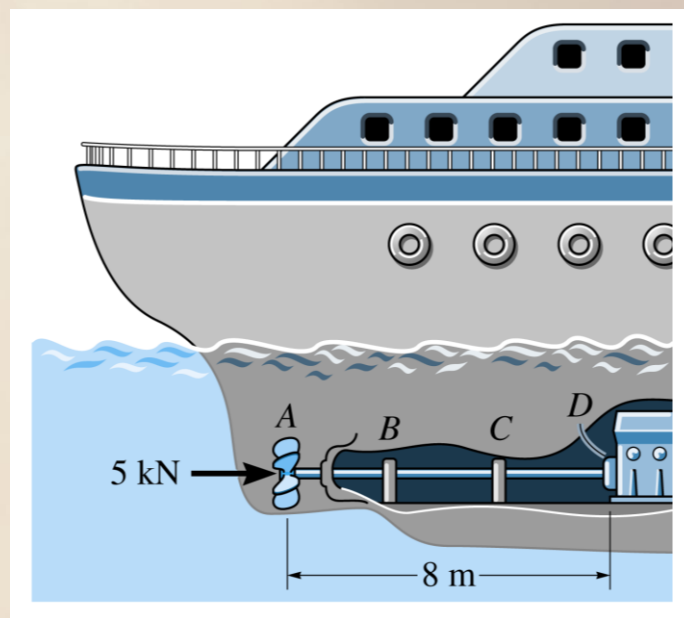




Exercícios Propostos

Aula 5

1. O navio é impulsionado pelo eixo da hélice, feito de aço A-36 ($E = 200 \text{ GPa}$), e com 8 m de comprimento, medidos da hélice ao mancal de encosto D do motor. Se esse eixo possuir diâmetro de 400 mm e espessura da parede de 50 mm, qual será sua contração axial quando a hélice exercer uma força de 5 kN sobre ele? Os apoios B e C são mancais.

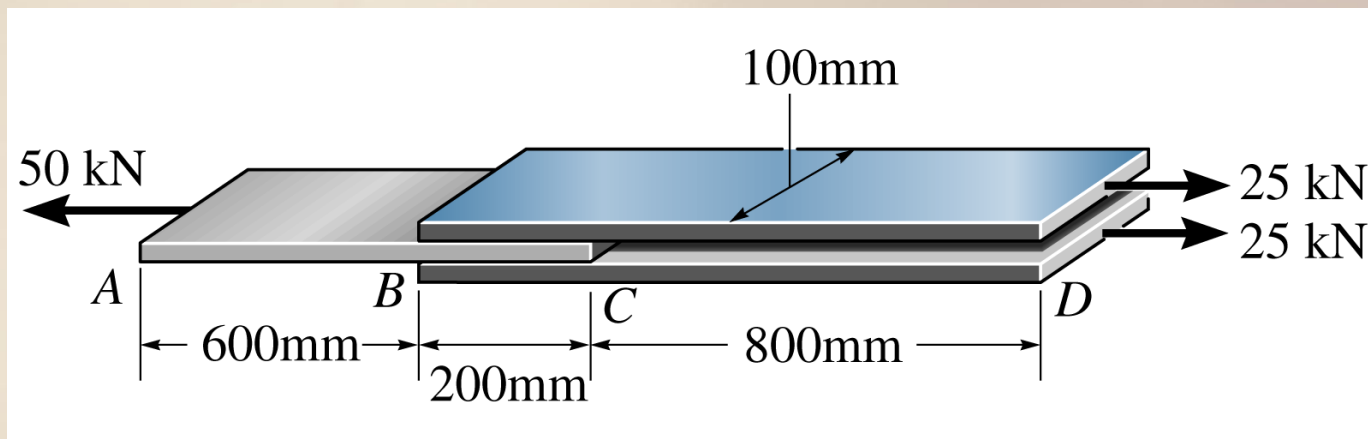




Exercícios Propostos

Aula 5

2. A junta é feita de três chapas de aço A-36 ($E = 200 \text{ GPa}$) ligadas pelas suas costuras. Determinar o deslocamento da extremidade A em relação à extremidade D quando a junta é submetida às cargas axiais mostradas. Cada chapa tem espessura de 6 mm.

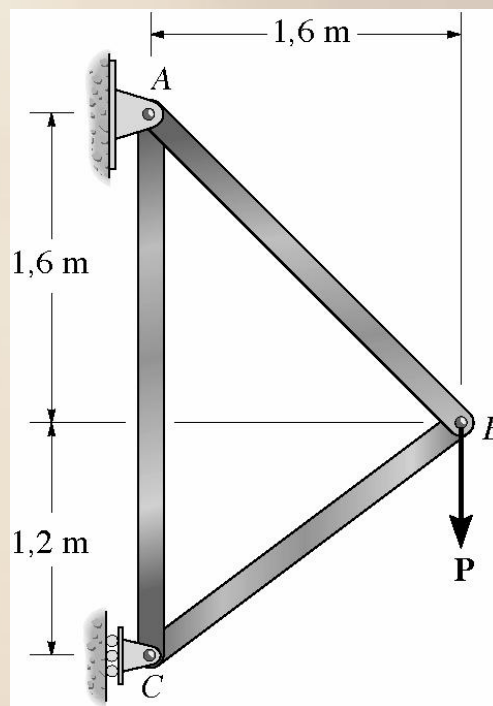




Exercícios Propostos

Aula 5

3. A treliça é feita de três elementos de aço A-36 ($E = 200 \text{ GPa}$) com 400 mm^2 de área da seção transversal. Determinar o deslocamento vertical do rolete em C quando a treliça é submetida à carga $P = 10 \text{ kN}$.

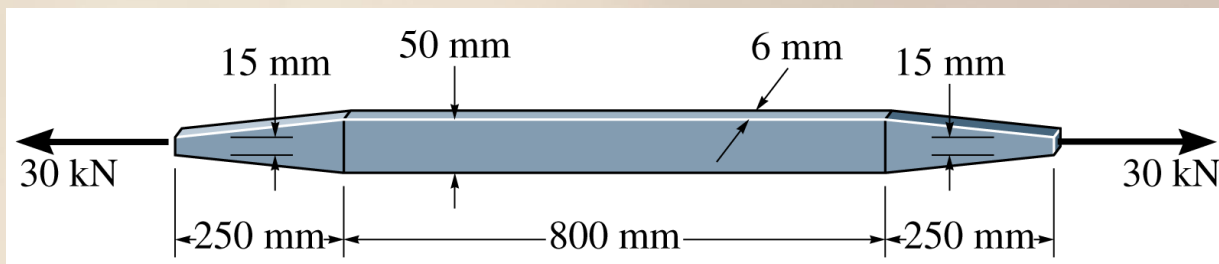




Exercícios Propostos

Aula 5

4. Determinar o alongamento da tira de alumínio quando submetida a uma força axial de 30 kN. Considere: $E_{al} = 70 \text{ GPa}$.

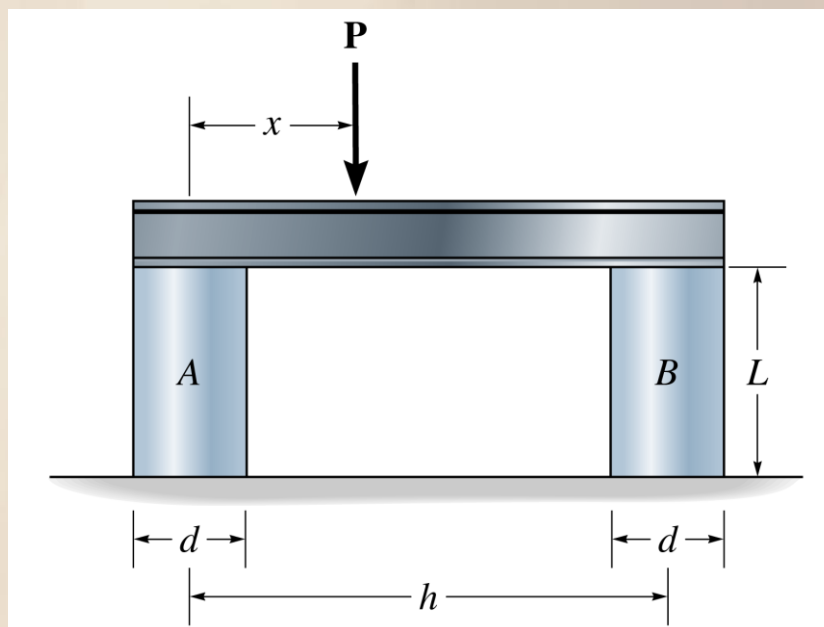




Exercícios Propostos

Aula 5

5. Dois postes apoiam a viga rígida, cada um deles possui largura d , espessura d e comprimento L . Supondo que o módulo de elasticidade do material A seja E_A e do material B seja E_B , determinar a distância x para aplicar a força P de modo que a viga permaneça horizontal.



Obrigado Pela Atenção

Nos Encontramos na Próxima Aula

