



# Resistência dos Materiais

**Prof. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues**



## Aula - 7

Estudo de Torção, Ângulo de Torção



# Conteúdos Abordados Nessa Aula

Aula 7

 Estudo de Torção;

 Ângulo de Torção.

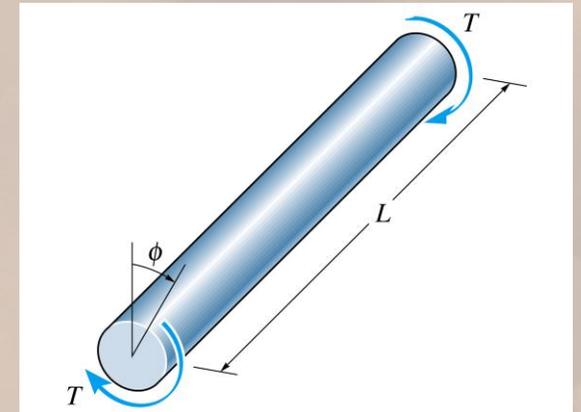


# Ângulo de Torção

- 🌐 O projeto de um eixo depende de limitações na quantidade de rotação ou torção ocorrida quando o eixo é submetido ao torque, desse modo, o ângulo de torção é importante quando se analisam as reações em eixos estaticamente indeterminados.

$$\phi = \int_0^L \frac{T(x) \cdot dx}{J(x) \cdot G}$$

- 🌐  $\phi$  = Ângulo de torção de uma extremidade do eixo em relação à outra.
- 🌐  $T(x)$  = Torque interno na posição arbitrária  $x$ .
- 🌐  $J(x)$  = Momento de inércia polar do eixo expresso em função de  $x$ .
- 🌐  $G$  = Módulo de elasticidade ao cisalhamento do material.





# Cálculo para Área e Torque Constantes

Aula 7

- Normalmente, o material é homogêneo, de modo que  $G$  é constante, bem como, a área da seção transversal e o torque aplicado também são constantes, portanto, a equação que determina o ângulo de torção pode ser expressa do seguinte modo:

$$\phi = \frac{T \cdot L}{J \cdot G}$$

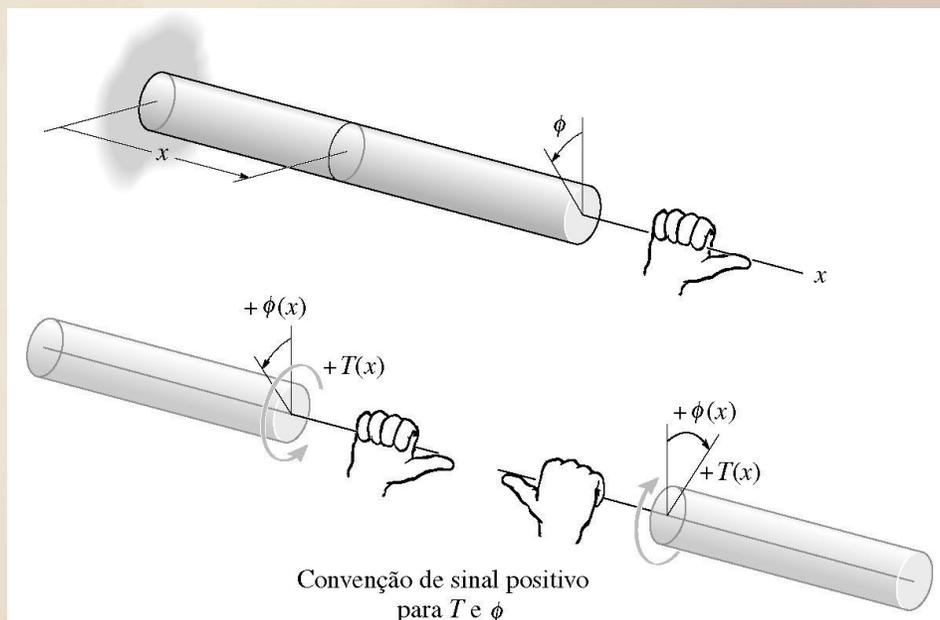
- Se o eixo estiver sujeito a diversos torques diferentes, ou a área da seção transversal e o módulo de elasticidade mudarem abruptamente de uma região para outra, o ângulo de torção pode ser determinado a partir da adição dos ângulos de torção para cada segmento do eixo, assim:

$$\phi = \sum \frac{T \cdot L}{J \cdot G}$$



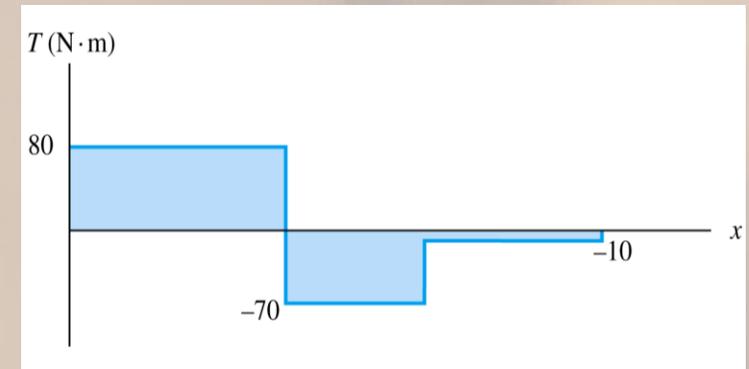
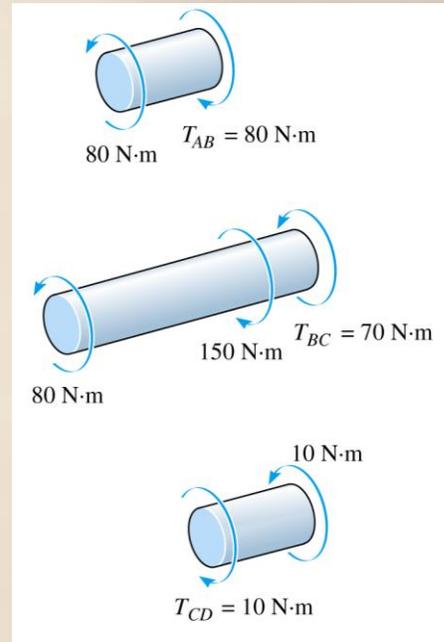
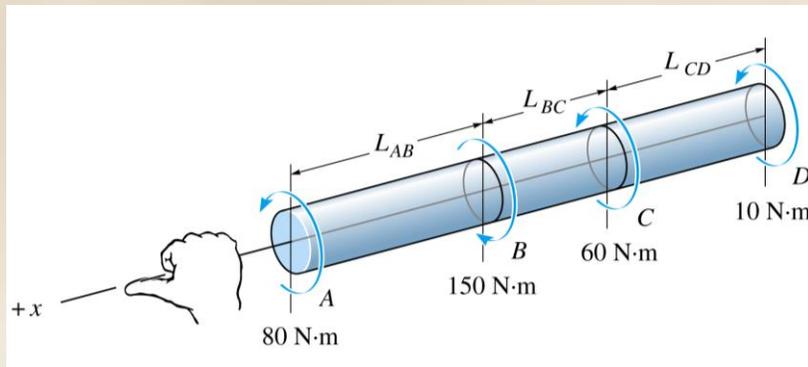
# Convenção de Sinais

- A direção e o sentido do torque aplicado é definido a partir da aplicação da regra da mão direita. Torque e ângulo serão positivos se a direção indicada pelo polegar for no sentido de afastar-se do eixo.





# Diagrama de Torques

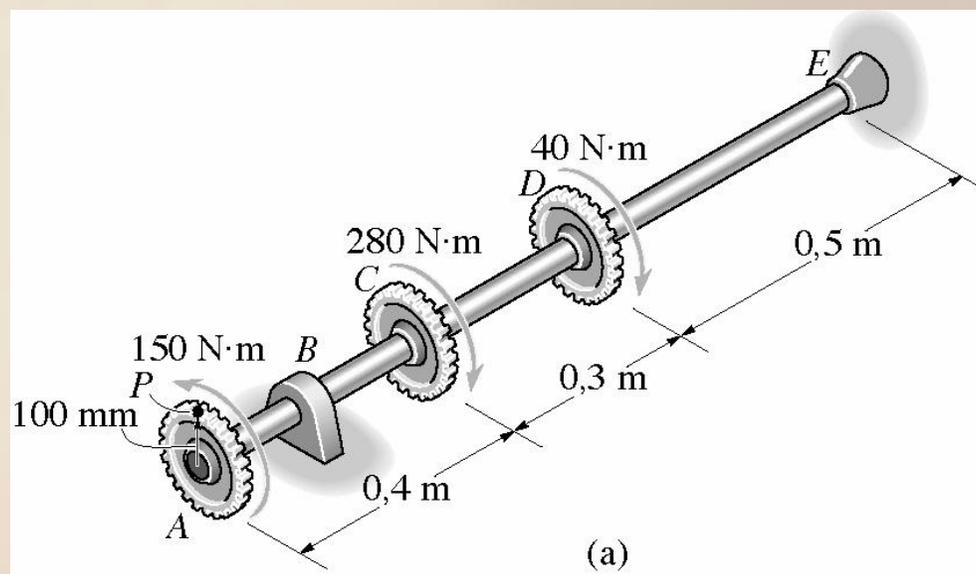




# Exemplo de Aplicação

Aula 7

- As engrenagens acopladas ao eixo de aço com uma das extremidades fixa estão sujeitas aos torques mostrados na figura. Supondo que o módulo de elasticidade de cisalhamento seja  $G = 80 \text{ GPa}$  e o eixo tenha diâmetro de  $14 \text{ mm}$ , determinar o deslocamento do dente  $P$  da engrenagem  $A$ . O eixo gira livremente no mancal em  $B$ .





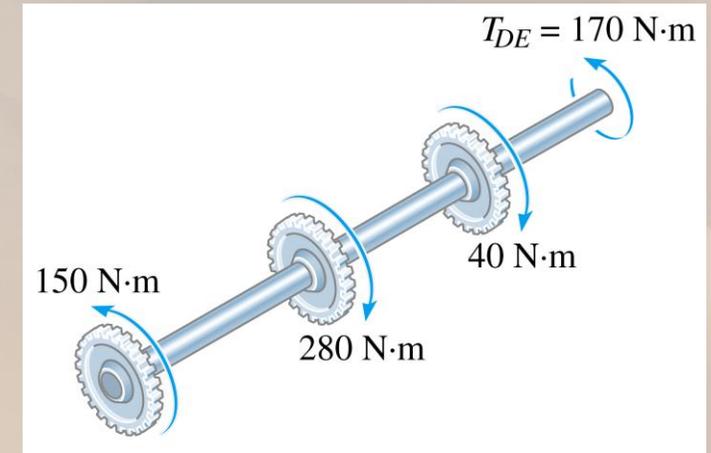
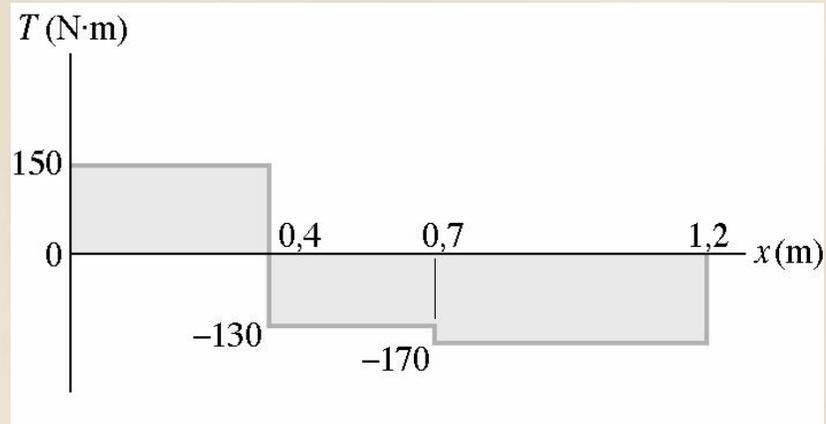
# Solução do Exemplo

 Torque interno:

$$T_{AC} = + 150 \text{ Nm}$$

$$T_{CD} = -130 \text{ Nm}$$

$$T_{DE} = -170 \text{ Nm}$$



 Momento de inércia polar:

$$J = \frac{\pi \cdot c^4}{2} \quad \rightarrow \quad J = \frac{\pi \cdot 0,007^4}{2}$$

$$J = 3,77 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$



# Solução do Exemplo

$$\phi = \sum \frac{T \cdot L}{J \cdot G}$$

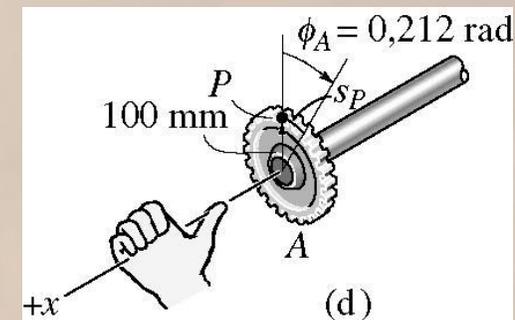
$$\phi = \frac{150 \cdot 0,4}{3,77 \cdot 10^{-9} \cdot 80 \cdot 10^9} + \frac{-130 \cdot 0,3}{3,77 \cdot 10^{-9} \cdot 80 \cdot 10^9} + \frac{-170 \cdot 0,5}{3,77 \cdot 10^{-9} \cdot 80 \cdot 10^9}$$

$$\phi = -0,212 \text{ rad}$$

 O deslocamento do dente **P** na engrenagem **A** é:

$$s_P = \phi_A \cdot r \quad \longrightarrow \quad s_P = 0,212 \cdot 100$$

$$s_P = 21,2 \text{ mm}$$

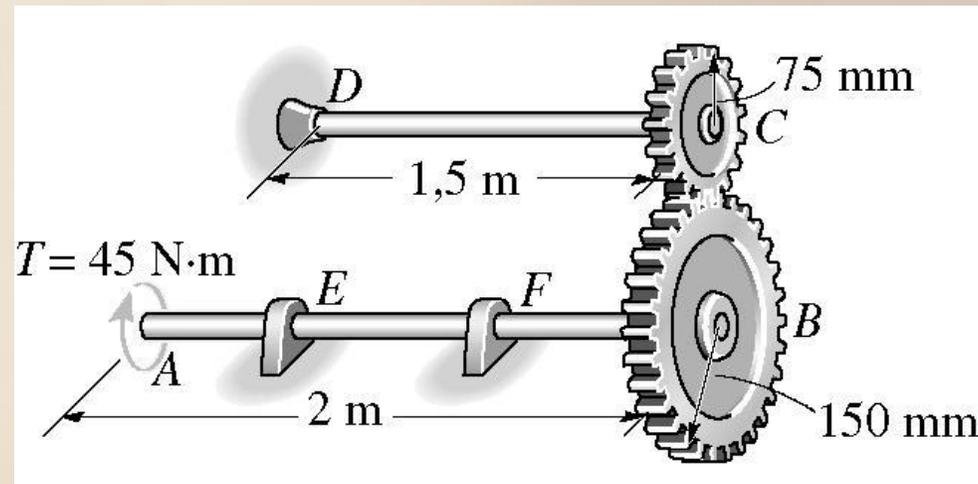




# Exercícios Propostos

Aula 7

1. Os dois eixos de aço maciço mostrados na figura estão acoplados por meio de engrenagens. Determinar o ângulo de torção da extremidade *A* do eixo *AB* quando é aplicado o torque  $T = 45 \text{ Nm}$ . Supor  $G = 80 \text{ GPa}$ . O eixo *AB* é livre para girar nos mancais *E* e *F*, enquanto o eixo *DC* é fixo em *D*. Cada eixo tem diâmetro de  $20 \text{ mm}$ .

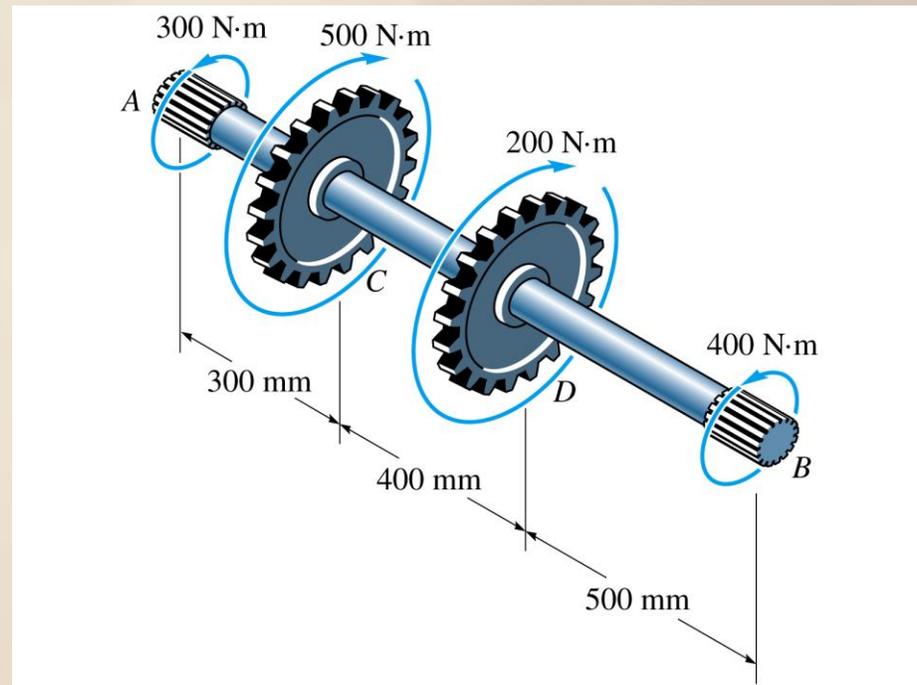




# Exercícios Propostos

Aula 7

2. As extremidades estriadas e as engrenagens acopladas ao eixo de aço ( $G = 80 \text{ Gpa}$ ) estão submetidas aos torques mostrados. Determinar o ângulo de torção da extremidade  $B$  em relação à extremidade  $A$ . O eixo tem diâmetro de  $40 \text{ mm}$ .

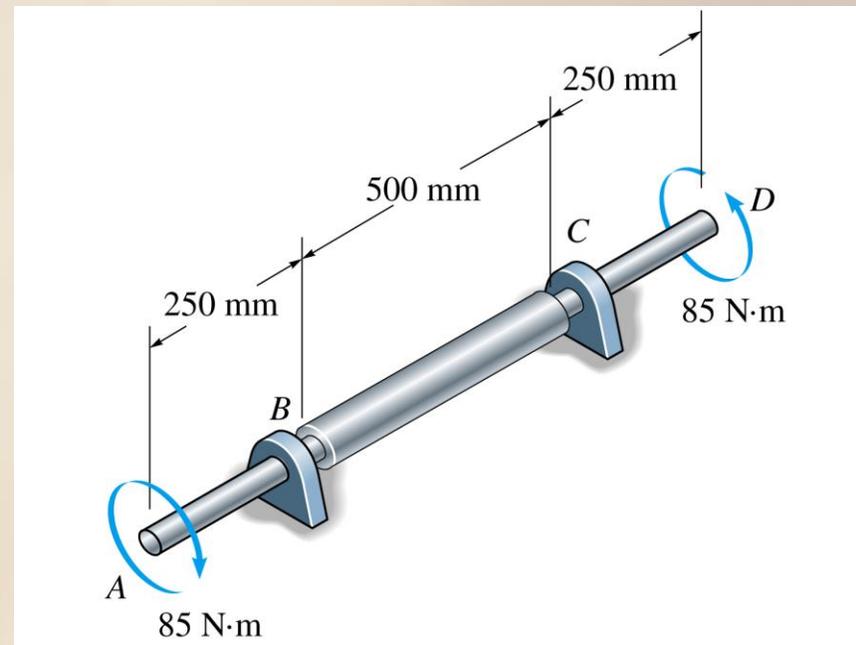




# Exercícios Propostos

Aula 7

3. O eixo de aço ( $G = 80 \text{ Gpa}$ ) está composto pelos tubos  $AB$  e  $CD$  e por uma parte maciça  $BC$ . Apóia-se em mancais lisos que lhe permitem girar livremente. Se as extremidades estão sujeitas a torques de  $85 \text{ Nm}$ , qual o ângulo de torção da extremidade  $A$  em relação à extremidade  $D$ ? Os tubos tem diâmetro externo de  $30 \text{ mm}$  e diâmetro interno de  $20 \text{ mm}$ . A parte maciça tem diâmetro de  $40 \text{ mm}$ .

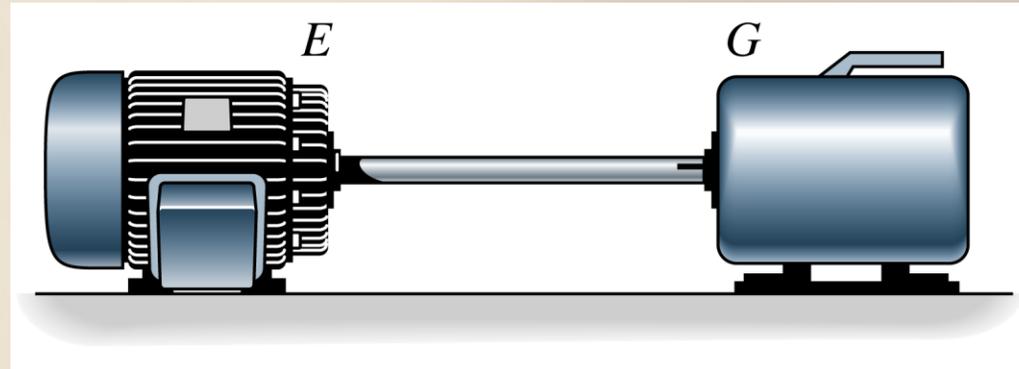




# Exercícios Propostos

Aula 7

4. O eixo maciço de aço ( $G = 80 \text{ Gpa}$ ) tem 3 m de comprimento e diâmetro externo de 50 mm. Requer-se que transmita 35 kW de potência do motor  $E$  para o Gerador  $G$ . Determinar a menor velocidade angular que o eixo pode ter se a máxima torção admissível é de  $1^\circ$ .



**Obrigado Pela Atenção**

**Nos Encontramos na Próxima Aula**



***EngBrasil***  
EDUCAÇÃO E ENGENHARIA