



Resistência dos Materiais

Prof. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues



Aula - 6

Estudo de Torção, Transmissão de Potência e Torque



Conteúdos Abordados Nessa Aula

Aula 6

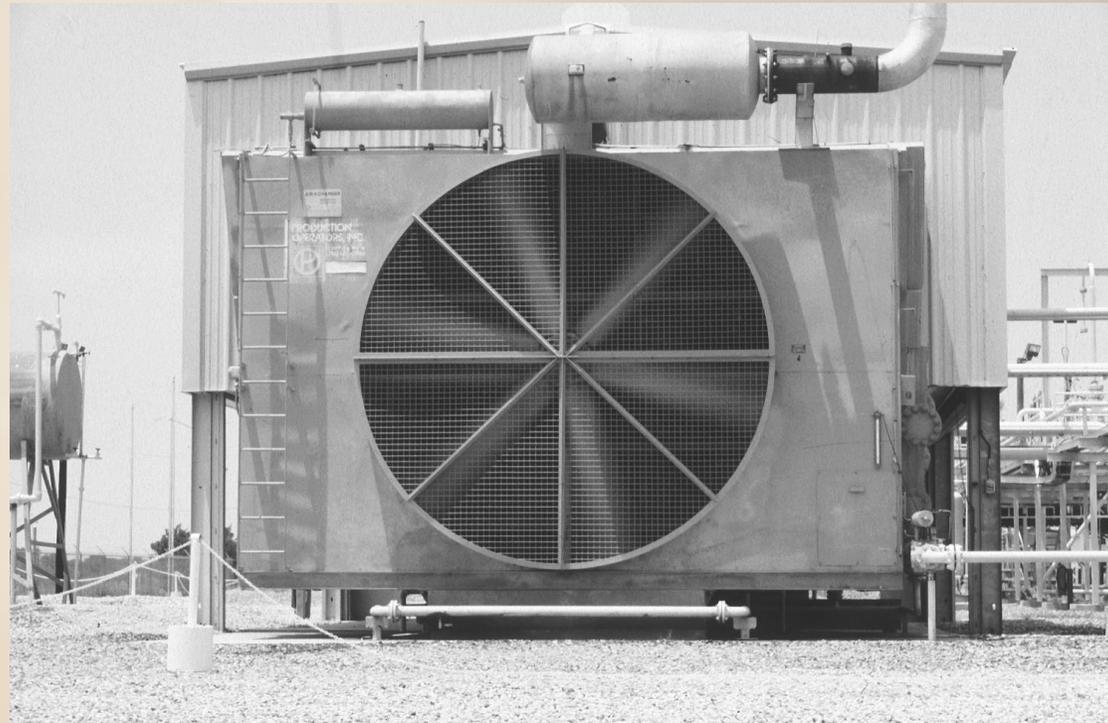
-  Estudo de Torção;
-  Transmissão de Potência e Torque.



Definição de Torque

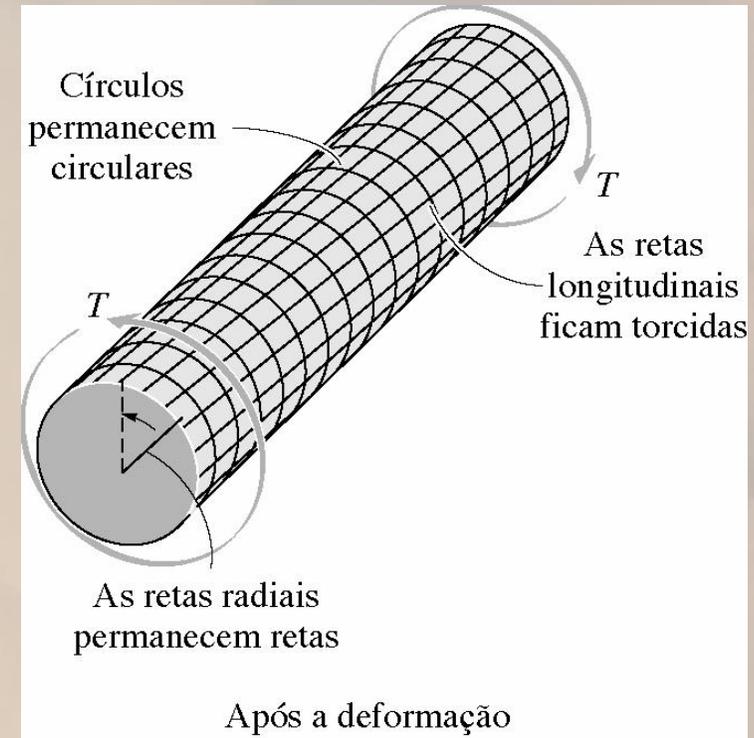
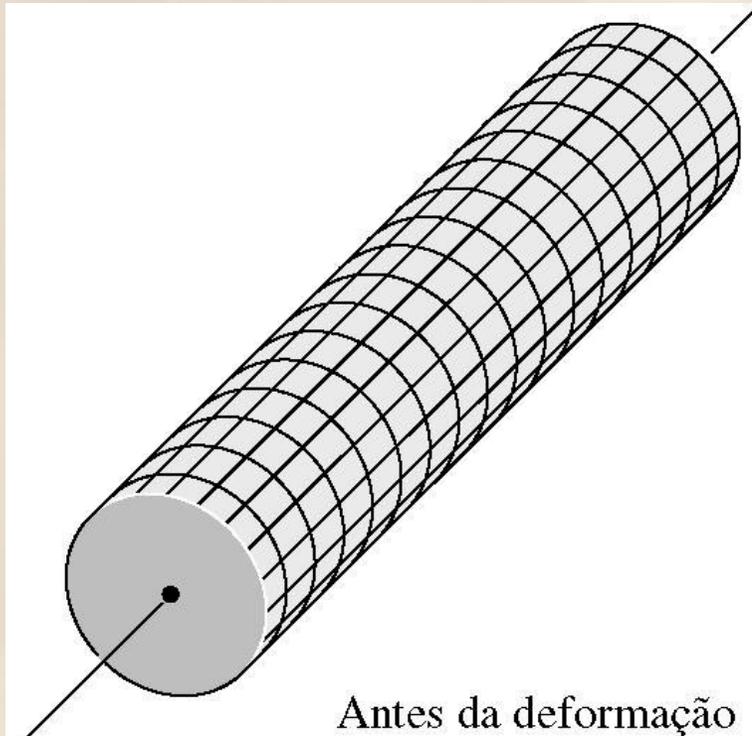
Aula 6

- Torque é o momento que tende a torcer a peça em torno de seu eixo longitudinal. Seu efeito é de interesse principal no projeto de eixos ou eixos de acionamento usados em veículos e maquinaria.





Deformação por Torção





Equação da Torção

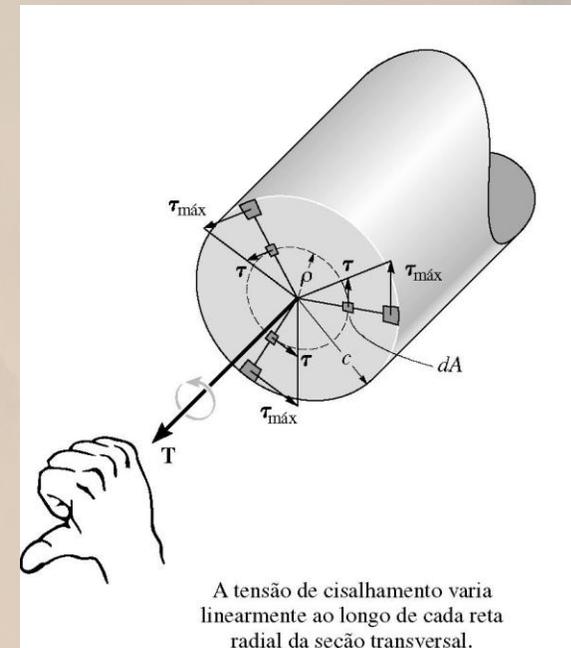
Aula 6

- Quando um torque externo é aplicado a um eixo, cria um torque interno correspondente no interior do eixo.
- A equação da torção relaciona o torque interno com a distribuição das tensões de cisalhamento na seção transversal de um eixo ou tubo circular.
- Para material linear-elástico aplica-se a lei de Hooke.

$$\tau = G \cdot \gamma$$

onde: G = Módulo de rigidez

γ = Deformação por cisalhamento





Equação da Torção

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T \cdot c}{J}$$

$$\tau = \frac{T \cdot \rho}{J}$$

onde:

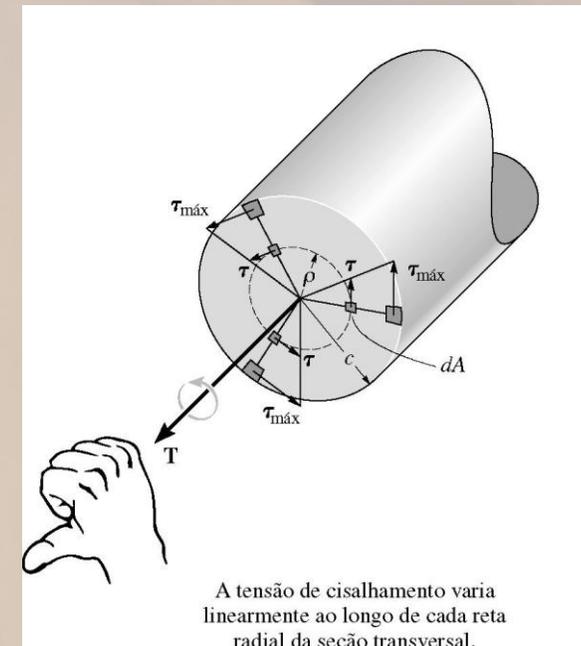
τ = Tensão de cisalhamento no eixo;

T = Torque interno resultante que atua na seção transversal;

J = Momento de inércia polar da área da seção transversal;

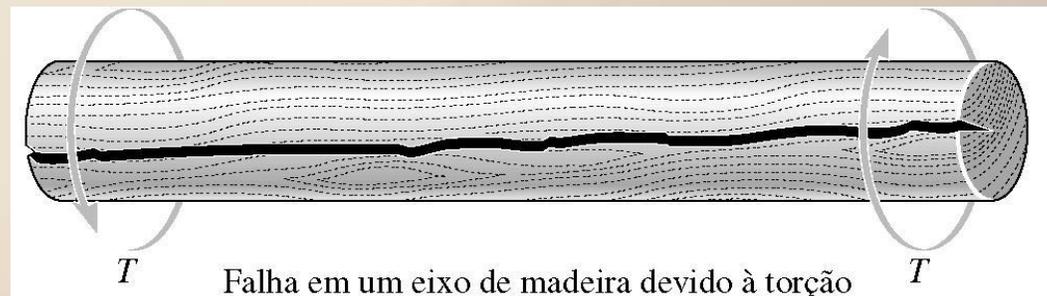
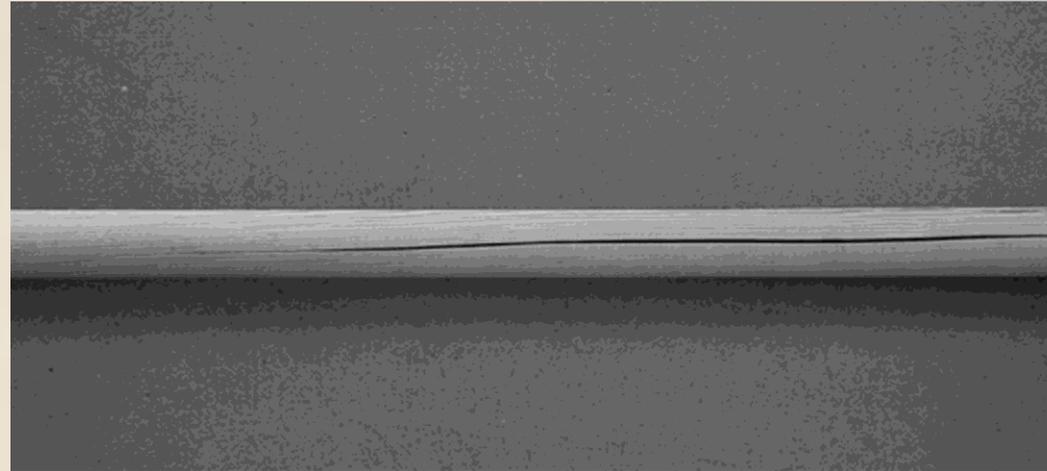
c = Raio externo do eixo;

ρ = Raio medido a partir do centro do eixo.





Falha na Torção





Dimensionamento de Eixo Sólido

Momento de inércia polar:

$$J = \int_A \rho^2 \cdot dA$$

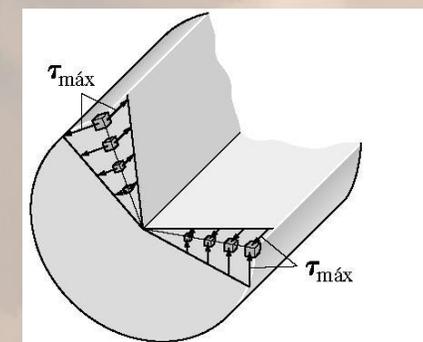
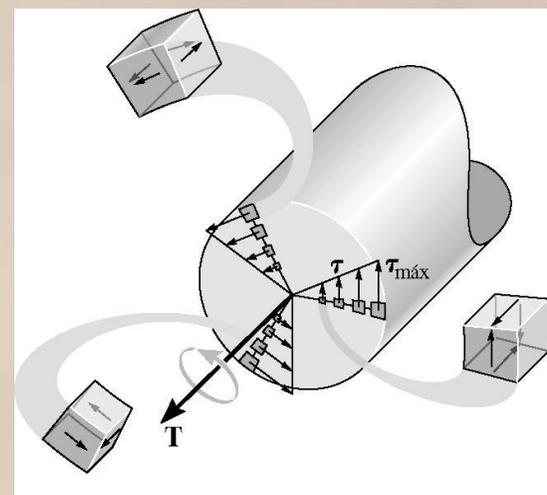
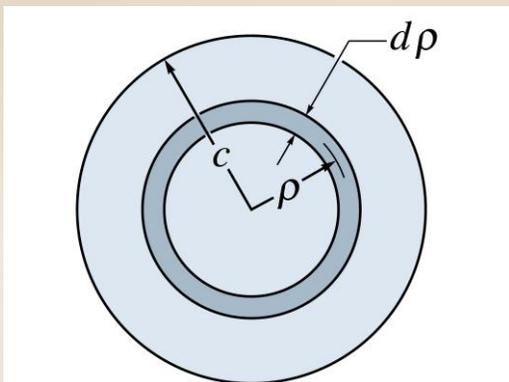


$$J = \int_0^c \rho^2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot d\rho)$$

$$J = 2 \cdot \pi \int_0^c \rho^3 \cdot d\rho$$

$$J = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho^4}{4} \Big|_0^c$$

$$J = \frac{\pi \cdot c^4}{2}$$



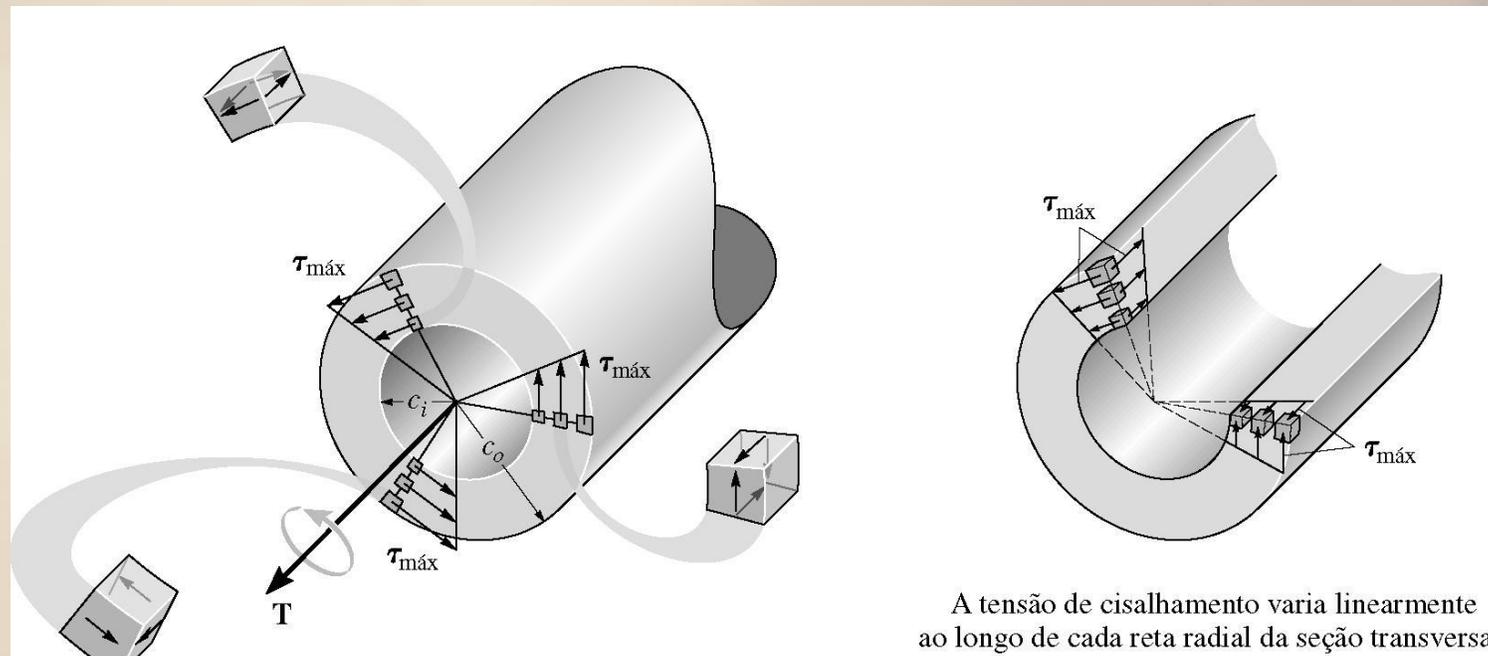
A tensão de cisalhamento varia linearmente ao longo de cada reta radial da seção transversal.



Dimensionamento de Eixo Tubular

Momento de inércia polar:

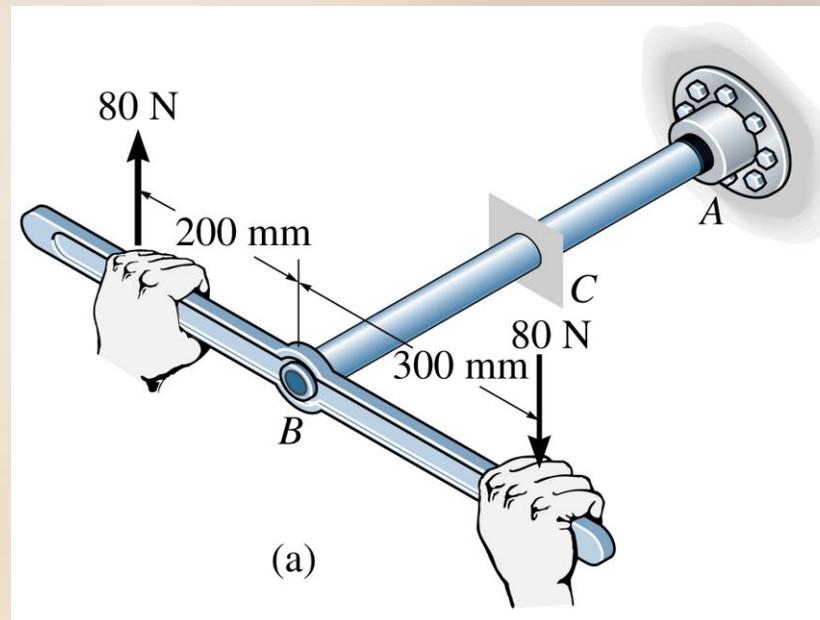
$$J = \frac{\pi \cdot (c_e^4 - c_i^4)}{2}$$





Exemplo de Aplicação

- ☉ O tubo mostrado na figura tem um diâmetro interno de 80 mm e diâmetro externo de 100 mm. Supondo que sua extremidade seja apertada contra o apoio em A por meio de um torquímetro em B, determinar a tensão de cisalhamento desenvolvida no material nas paredes interna e externa ao longo da parte central do tubo quando são aplicadas forças de 80 N ao torquímetro.





Solução do Exemplo

🌐 **Torque interno:** É feito um corte na localização intermediária C ao longo do eixo do tubo, desse modo:

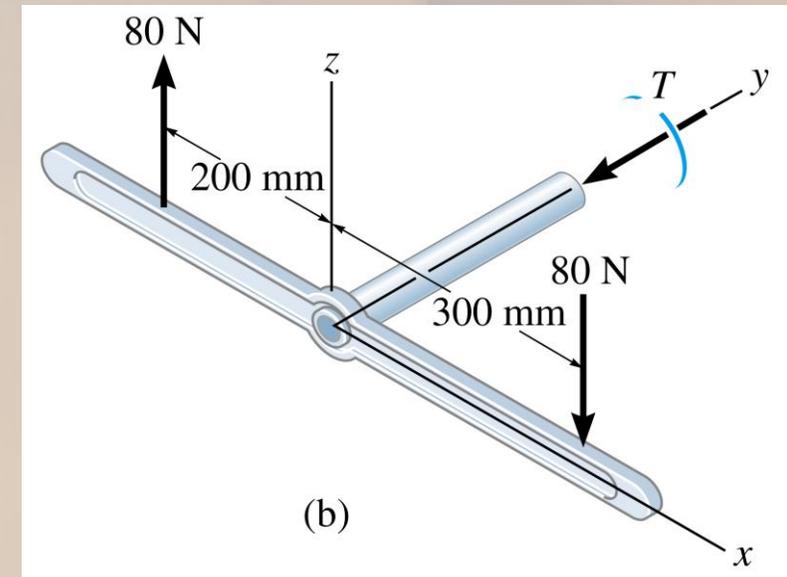
$$\sum M_y = 0$$

$$80 \cdot 0,3 + 80 \cdot 0,2 - T = 0$$

$$T = 40 \text{ Nm}$$

🌐 **Momento de inércia polar:**

$$J = \frac{\pi \cdot (c_e^4 - c_i^4)}{2}$$





Solução do Exemplo

$$J = \frac{\pi \cdot (0,05^4 - 0,04^4)}{2}$$

$$J = 5,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

🌐 Tensão de cisalhamento:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T \cdot c}{J}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{40 \cdot 0,05}{5,8 \cdot 10^{-6}}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = 0,344 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = 0,344 \text{ MPa}$$

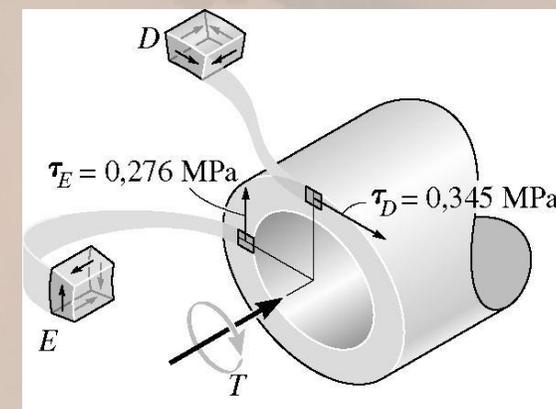
🌐 Na superfície interna:

$$\tau_i = \frac{T \cdot c_i}{J}$$

$$\tau_i = \frac{40 \cdot 0,04}{5,8 \cdot 10^{-6}}$$

$$\tau_i = 0,276 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\tau_i = 0,276 \text{ MPa}$$





Transmissão de Potência

Aula 6

- ⦿ Eixos e tubos com seção transversal circular são frequentemente empregados para transmitir a potência gerada por máquinas. Quando usados para essa finalidade, são submetidos a torque que dependem da potência gerada pela máquina e da velocidade angular do eixo.





Definição de Potência

Aula 6

- ☉ A potência é definida como o trabalho realizado por unidade de tempo:

$$P = \frac{T \cdot d\theta}{dt}$$

- ☉ Onde:

T = Torque aplicado;

$d\theta$ = Ângulo de rotação.

- ☉ Sabe-se que a velocidade angular do eixo é dada por:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- ☉ Portanto:

$$P = T \cdot \omega$$

- ☉ No SI, a potência é expressa em watts

$$1 \text{ W} = 1 \text{ Nm/s}$$



Relação entre Potência e Frequência

🌐 No caso da análise de máquinas e mecanismos, a frequência de rotação de um eixo, é geralmente conhecida.

🌐 Expressa em hertz (1Hz = 1 ciclo/s), ela representa o número de revoluções que o eixo realiza por segundo.

🌐 Como 1 ciclo = 2π rad, pode-se escrever que:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

🌐 Portanto, a equação da potência pode ser escrita do seguinte modo:

$$P = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot T$$

🌐 Quando a potência transmitida por um eixo e sua rotação são conhecidas, o torque no eixo pode ser determinado.

🌐 Conhecendo-se o torque atuante no eixo e a tensão de cisalhamento do material é possível determinar a dimensão do eixo a partir da equação da torção da seguinte forma:

$$\frac{J}{c} = \frac{T}{\tau_{adm}}$$

🌐 Para eixo maciço:

$$J = \frac{\pi \cdot c^4}{2}$$

🌐 Para eixo tubular:

$$J = \frac{\pi \cdot (c_e^4 - c_i^4)}{2}$$



Exemplo de Aplicação

- Um eixo tubular de diâmetro interno de 30 mm e diâmetro externo de 42 mm é usado para transmitir 90 kW de potência. Determinar a frequência de rotação do eixo de modo que a tensão de cisalhamento não exceda 50 MPa.

Solução:

- O torque máximo que pode ser aplicado ao eixo é determinado pela equação da torção:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T \cdot c}{J} \quad \rightarrow \quad T = \frac{\tau_{m\acute{a}x} \cdot J}{c}$$

Para eixo tubular: $J = \frac{\pi \cdot (c_e^4 - c_i^4)}{2}$

Portanto:

$$T = \frac{\tau_{m\acute{a}x} \cdot \frac{\pi \cdot (c_e^4 - c_i^4)}{2}}{c}$$
$$T = \frac{50 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi \cdot (0,021^4 - 0,015^4)}{2}}{0,021}$$
$$T = 538 \text{ Nm}$$

- A partir da equação da frequência:

$$P = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot T$$

$$f = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot T}$$

$$f = \frac{90 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot 538}$$

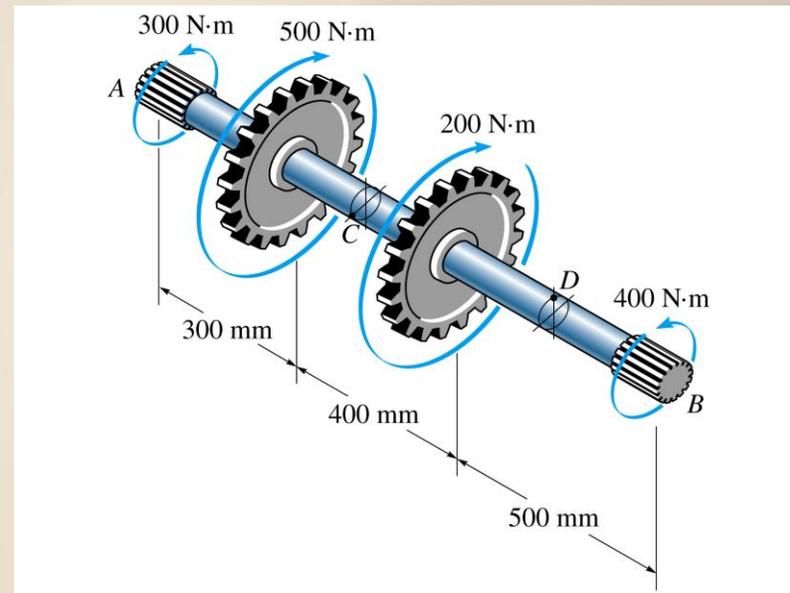
$$f = 26,6 \text{ Hz}$$



Exercícios Propostos

Aula 6

1. O eixo maciço de 30 mm de diâmetro é usado para transmitir os torques aplicados às engrenagens. Determinar a tensão de cisalhamento desenvolvida nos pontos C e D do eixo.

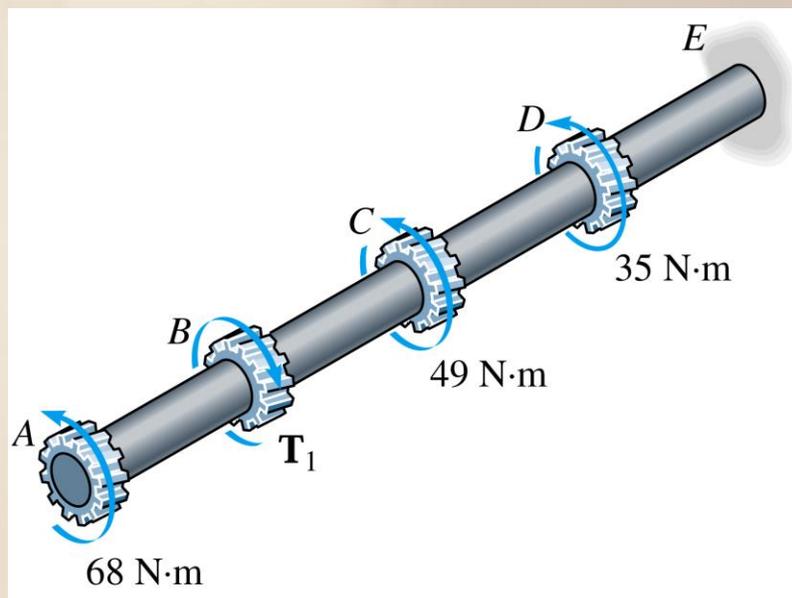




Exercícios Propostos

Aula 6

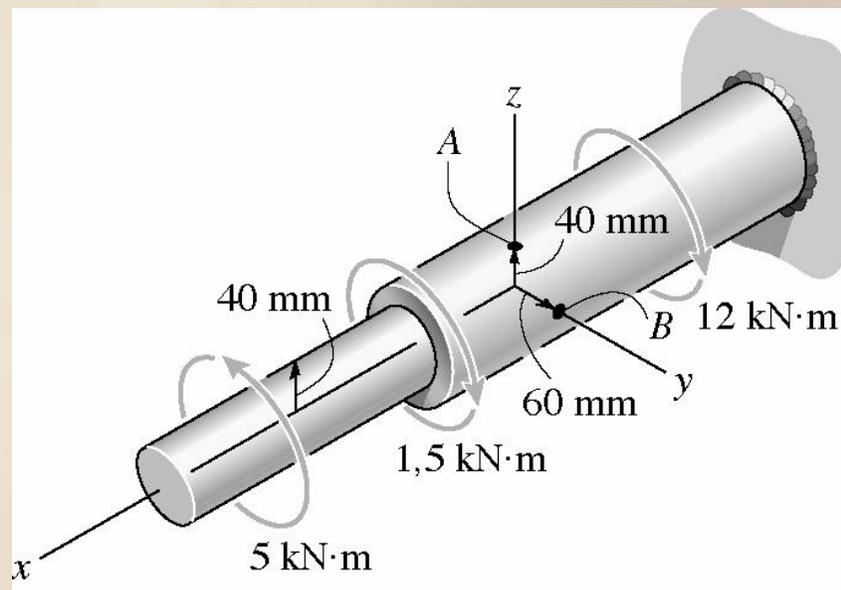
2. O eixo maciço de alumínio tem diâmetro de 50 mm. Determinar a tensão de cisalhamento máxima absoluta nele desenvolvida e traçar o gráfico da distribuição cisalhamento-tensão ao longo de uma reta radial onde o cisalhamento é máximo. Considerar $T_1 = 20 \text{ Nm}$.





Exercícios Propostos

3. O eixo de aço está submetido à carga de torção mostrada. Determinar a tensão de cisalhamento desenvolvida nos pontos A e B e desenhar o gráfico da tensão de cisalhamento nos elementos de volume localizados nesses pontos. O eixo onde A e B estão localizados tem raio externo de 60 mm.

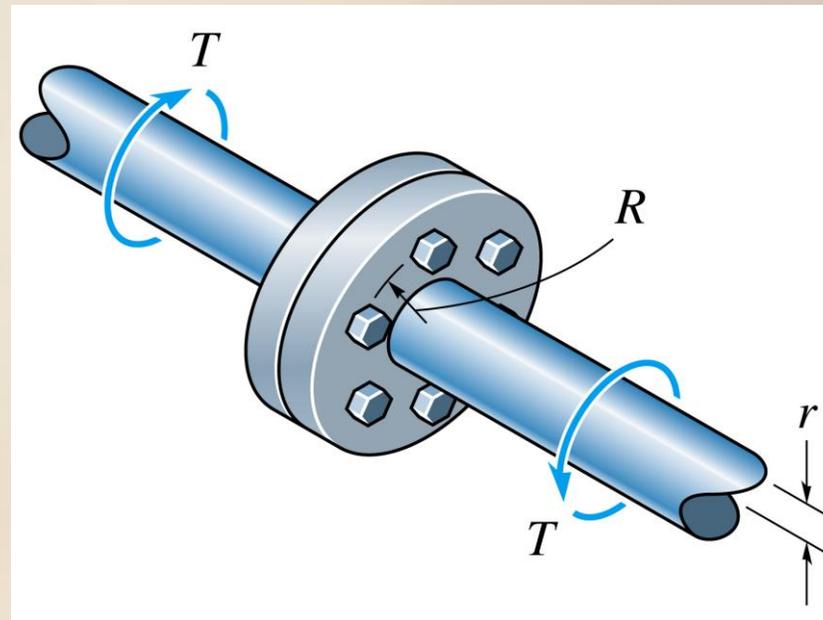




Exercícios Propostos

Aula 6

4. O acoplamento é usado para acoplar dois eixos. Supondo que a tensão de cisalhamento nos parafusos seja uniforme, determinar o número de parafusos necessários para que a tensão de cisalhamento máxima no eixo seja igual à tensão de cisalhamento nos parafusos. Cada parafuso tem diâmetro d .

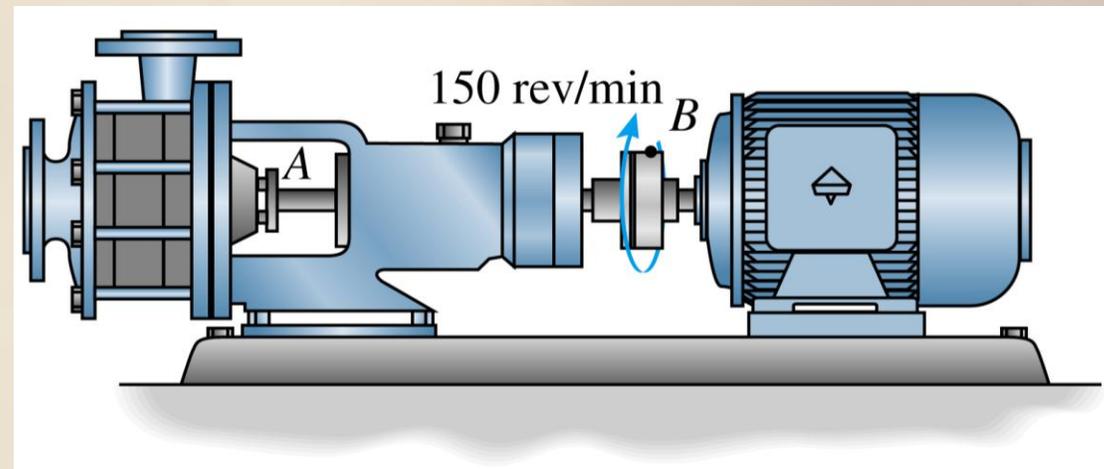




Exercícios Propostos

Aula 6

5. A bomba opera com um motor que tem potência de 85 W. Supondo que o impulsor em *B* esteja girando a 150 rpm, determinar a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida em *A*, localizada no eixo de transmissão que tem 20 mm de diâmetro.



Obrigado Pela Atenção

Nos Encontramos na Próxima Aula



EngBrasil
EDUCAÇÃO E ENGENHARIA