



Resistência dos Materiais

Prof. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues



Aula - 2

Tensão Normal Média e Tensão de Cisalhamento



Conteúdos Abordados Nessa Aula

Aula 2

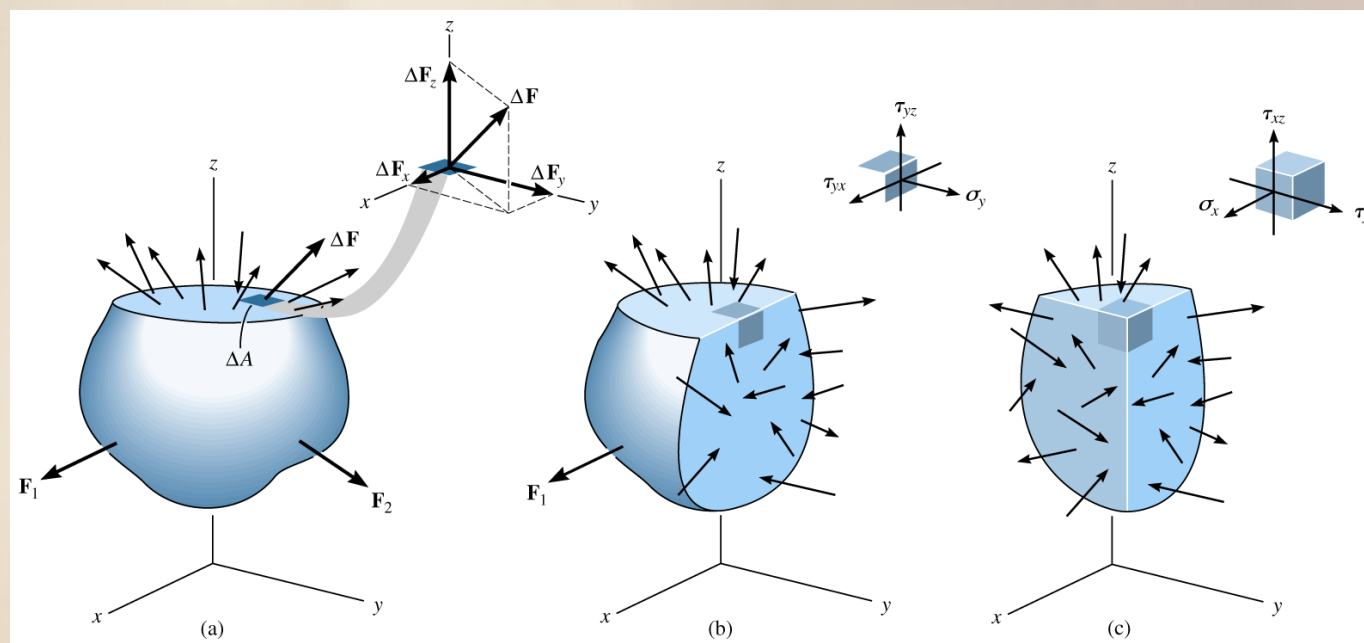
-  Definição de Tensão;
-  Tensão Normal Média;
-  Tensão de Cisalhamento Média.



Conceito de Tensão

Aula 2

- ☞ Representa a intensidade da força interna sobre um plano específico (área) que passa por um determinado ponto.





Tensão Normal e Tensão de Cisalhamento

Aula 2

🌐 **Tensão Normal:** A intensidade da força ou força por unidade de área, que atua no sentido perpendicular a ΔA , é definida como tensão normal, σ (sigma). Portanto pode-se escrever que:

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

🌐 **Tensão de Cisalhamento:** A intensidade da força ou força por unidade de área, que atua na tangente a ΔA , é definida como tensão de cisalhamento, τ (tau). Portanto pode-se escrever que:

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$



Unidades de Tensão no SI

Aula 2

- 🌐 No Sistema Internacional de Unidades (SI), a intensidade tanto da tensão normal quanto da tensão de cisalhamento é especificada na unidade básica de newtons por metro quadrado (N/m^2).
- 🌐 Esta unidade é denominada pascal ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$), como essa unidade é muito pequena, nos trabalhos de engenharia são usados prefixos como quilo (10^3), mega (10^6) ou giga (10^9).

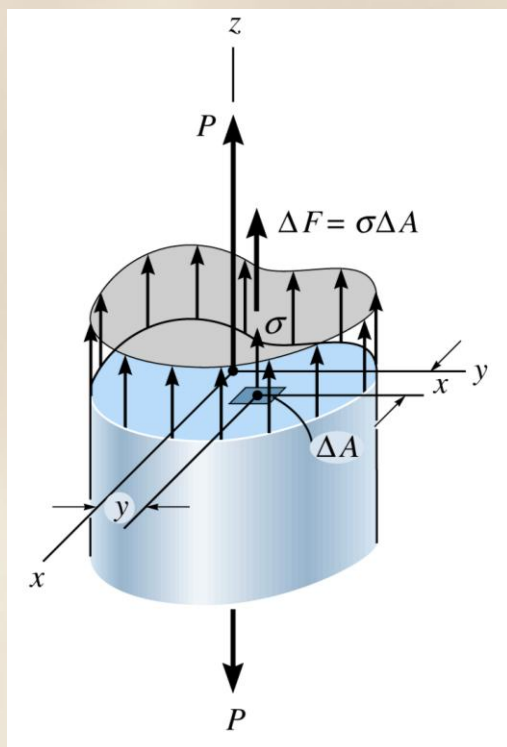
$$1\text{MPa} = 10^6\text{Pa} = 10^6\text{N/m}^2$$

$$1\text{GPa} = 10^9\text{Pa} = 10^9\text{N/m}^2$$



Tensão Normal Média

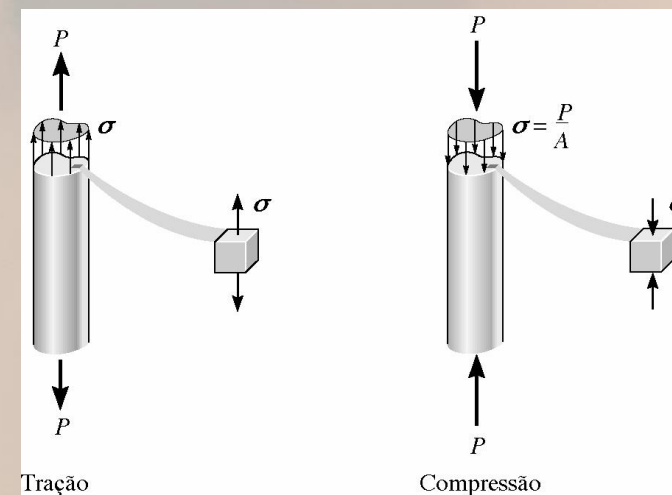
Aula 2



$$\int dF = \int_A \sigma dA$$

$$P = \sigma \cdot A$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$



σ = Tensão normal média em qualquer ponto da área da seção transversal.

P = resultante da força normal interna, aplicada no centróide da área da seção transversal.

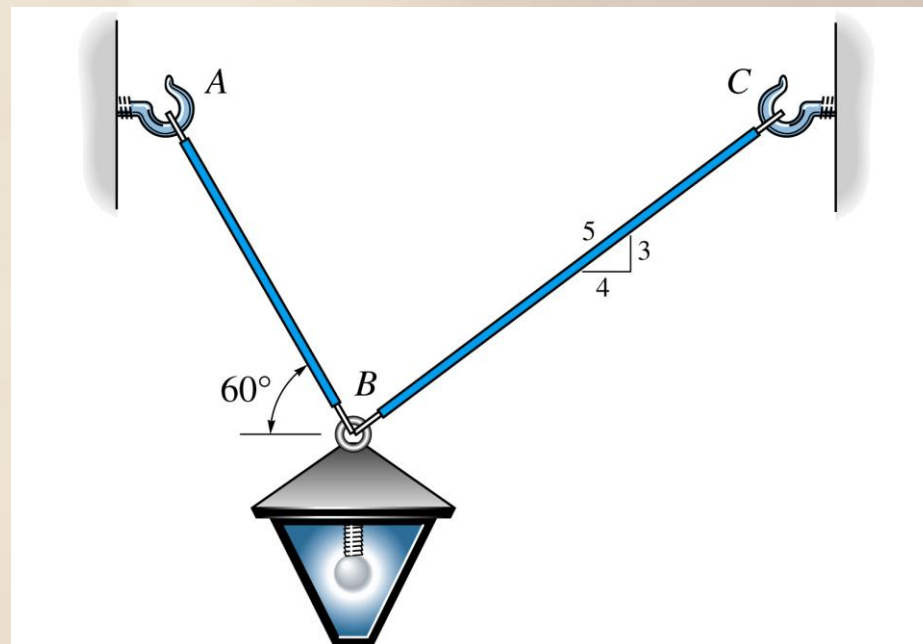
A = área da seção transversal da barra.



Exemplo de Aplicação

Aula 2

- ✈ A luminária de 80 kg é suportada por duas hastes AB e BC como mostra a figura. Se AB tem diâmetro de 10 mm e BC tem diâmetro de 8 mm. Determinar a tensão normal média em cada haste.

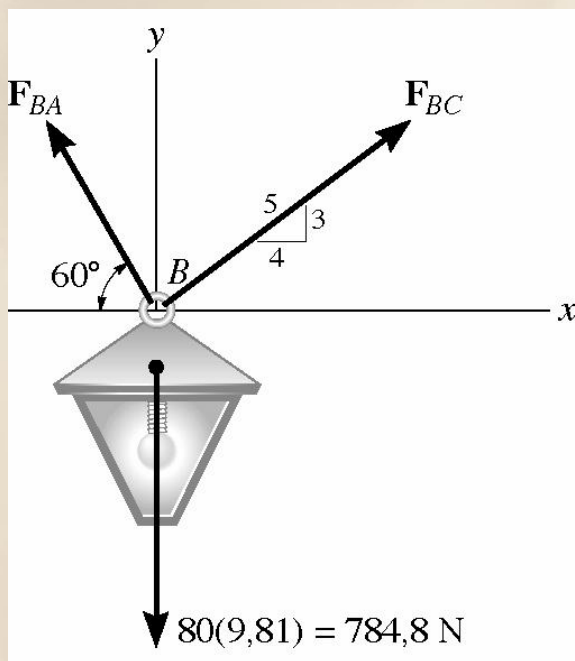




Solução do Exemplo

Aula 2

Diagrama de corpo livre:



Determinação das forças em AB e BC:

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{BC} \cdot \frac{4}{5} - F_{BA} \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (\text{I})$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{BC} \cdot \frac{3}{5} + F_{BA} \cdot \sin 60^\circ - 784,8 = 0 \quad (\text{II})$$



Solução do Exemplo

Aula 2

De (I)

$$F_{BC} \cdot \frac{4}{5} - F_{BA} \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$F_{BC} = \frac{5 \cdot F_{BA} \cdot \cos 60^\circ}{4} \quad (\text{III})$$

Substituindo-se (III) em (II), tem-se que:

$$\frac{5}{4} \cdot F_{BA} \cdot \cos 60^\circ \cdot \frac{3}{5} + F_{BA} \cdot \sin 60^\circ - 784,8 = 0$$

$$\frac{15}{20} \cdot F_{BA} \cdot \cos 60^\circ + F_{BA} \cdot \sin 60^\circ - 784,8 = 0$$

$$F_{BA} \cdot \left(\frac{15}{20} \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \right) - 784,8 = 0$$

$$F_{BA} = \frac{784,8}{\left(\frac{15}{20} \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \right)}$$

$$F_{BA} = 632,38 \text{ N}$$

Em (III)

$$F_{BC} = \frac{5 \cdot 632,38 \cdot \cos 60^\circ}{4}$$

$$F_{BC} = 395,23 \text{ N}$$



Solução do Exemplo

Aula 2

Área do Circulo

$$A_{CIRC} = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Tensão Normal

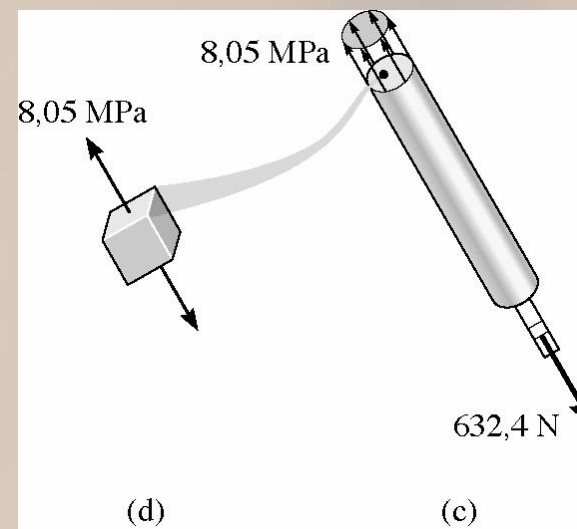
$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$$

Cabo BC

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{4 \cdot 395,23}{\pi \cdot 8^2} = 7,86 \text{ MPa}$$

Cabo BA

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{4 \cdot 632,38}{\pi \cdot 10^2} = 8,05 \text{ MPa}$$





Tensão de Cisalhamento Média

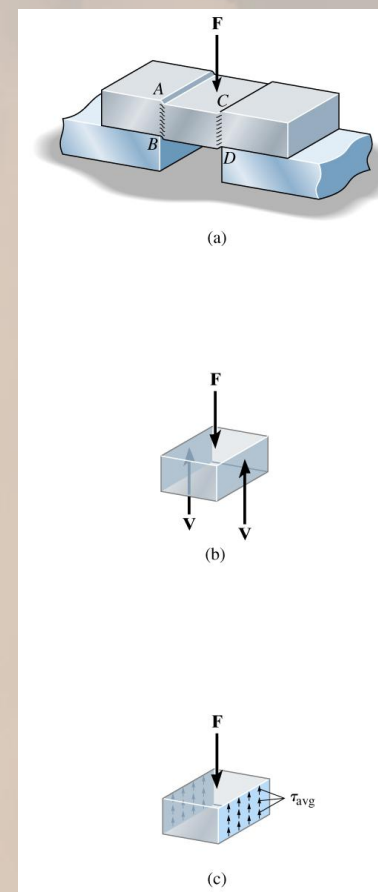
Aula 2

$$\tau_{méd} = \frac{V}{A}$$

$\tau_{méd}$ = Tensão de cisalhamento média na seção.

V = Resultante interna da força de cisalhamento.

A = Área da seção transversal.

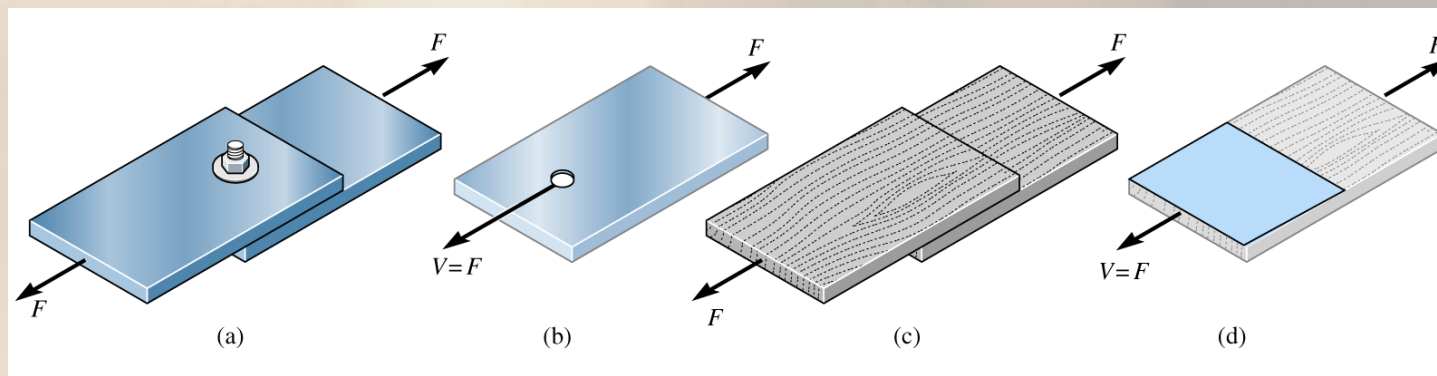




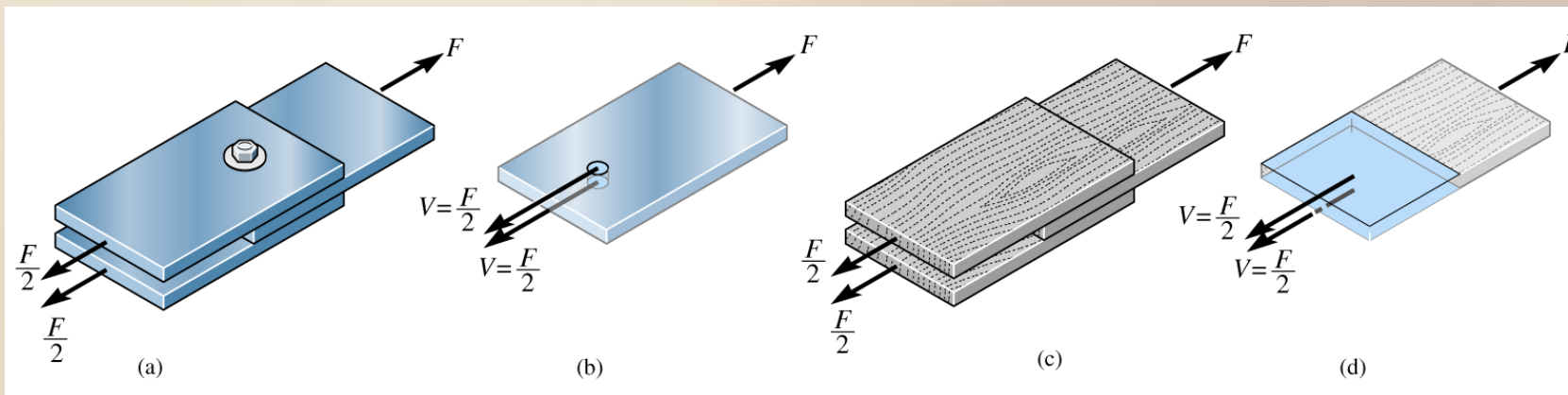
Cisalhamento em Juntas

Aula 2

Cisalhamento Simples:



Cisalhamento Duplo:

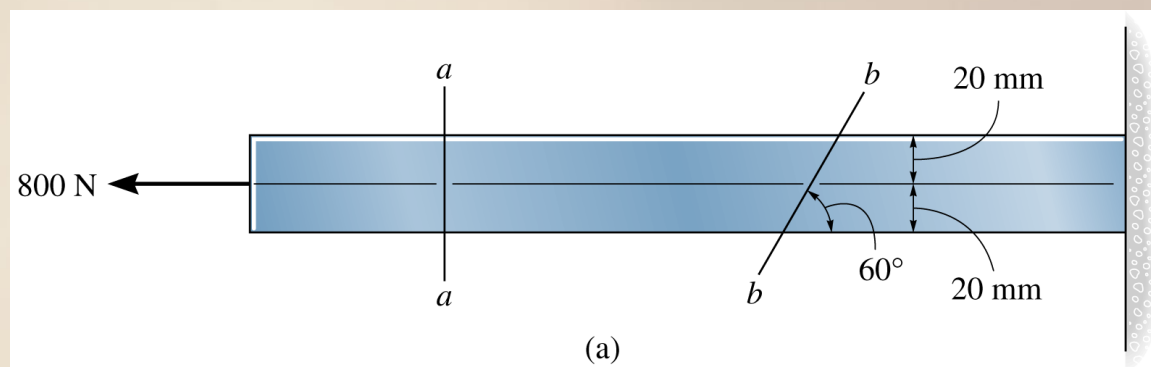




Exemplo de Aplicação

Aula 2

- ☉ A barra mostrada na figura tem seção transversal quadrada para a qual a profundidade e a largura são de 40 mm. Supondo que seja aplicada uma força axial de 800 N ao longo do eixo do centróide da área da seção transversal da barra, determinar a tensão normal média e a tensão de cisalhamento média que atuam sobre o material (a) no plano da seção $a-a$ e (b) no plano da seção $b-b$.

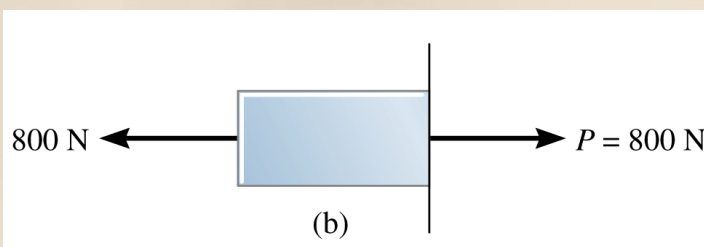




Solução do Exemplo

Aula 2

☉ **Parte (a):** Na barra seccionada, pode-se verificar a carga interna resultante consiste apenas na força axial $P = 800 \text{ N}$.



☉ Tensão de cisalhamento:

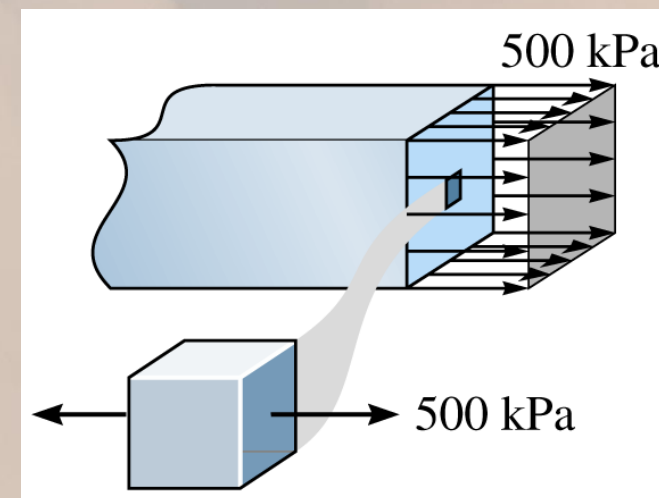
$$\tau_{\text{méd}} = 0$$

☉ Tensão normal média:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{l^2}$$

$$\sigma = \frac{800}{0,04^2}$$

$$\sigma = 500 \text{ kPa}$$

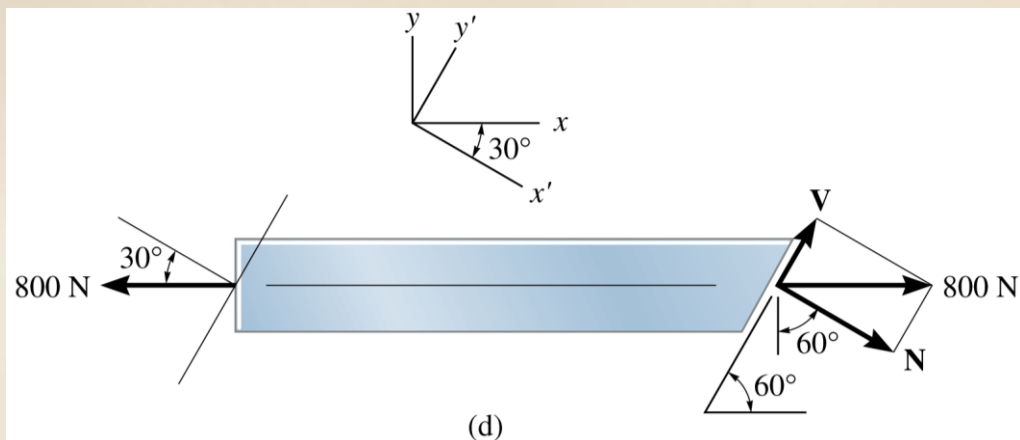




Solução do Exemplo

Aula 2

☉ **Parte (b):** Se a barra for seccionada ao longo de $b-b$, o diagrama de corpo livre do segmento esquerdo será como o mostrado na figura. Nesse caso, tanto a força normal N como a força de cisalhamento V atuarão sobre a área seccionada.



☉ Utilizando como referência os eixos x' e y' :

$$\sum F_{x'} = 0$$

$$N - 800 \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$N = 800 \cdot \cos 30^\circ$$

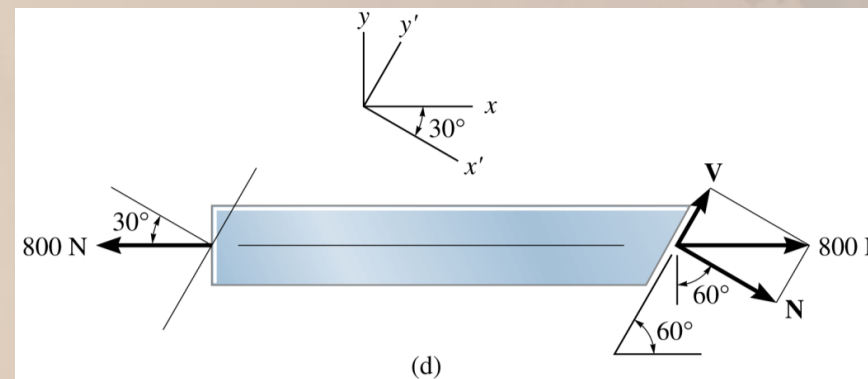
$$N = 692,82 \text{ N}$$

$$\sum F_{y'} = 0$$

$$V - 800 \cdot \sin 30^\circ = 0$$

$$V = 800 \cdot \sin 30^\circ$$

$$V = 400 \text{ N}$$





Solução do Exemplo

Aula 2

✈ Área da seção transversal:

$$b = 40 \text{ mm}$$

$$h = \frac{40}{\sin 60^\circ} = 46,18 \text{ mm}$$

$$A = b \cdot h = 0,04 \cdot 0,04618$$

✈ Tensão normal média:

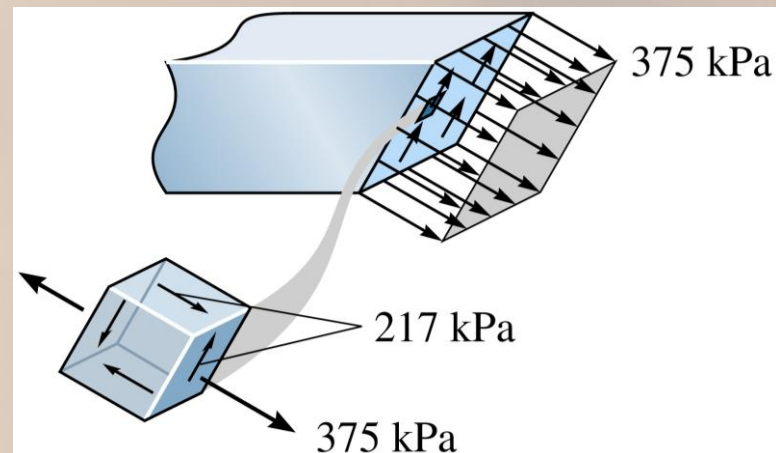
$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{692,82}{0,04 \cdot 0,04618}$$

$$\sigma = 375,06 \text{ kPa}$$

✈ Tensão de cisalhamento média:

$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{400}{0,04 \cdot 0,04618}$$

$$\tau = 216,49 \text{ kPa}$$

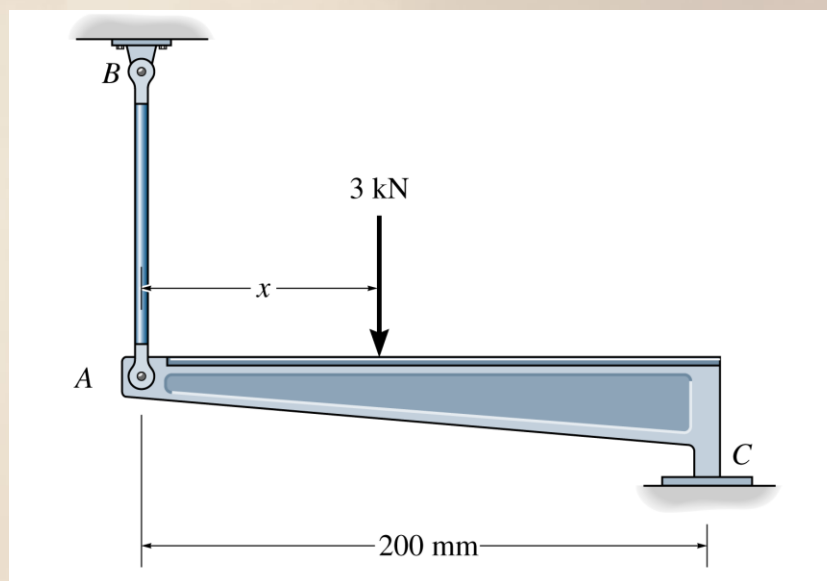




Exercícios Propostos

Aula 2

1. O elemento AC mostrado na figura está submetido a uma força vertical de 3 kN. Determinar a posição x de aplicação da força de modo que o esforço de compressão médio no apoio C seja igual ao esforço de tração no tirante AB . A haste tem uma área de seção transversal de 400 mm^2 , e a área de contato em C é de 650 mm^2 .

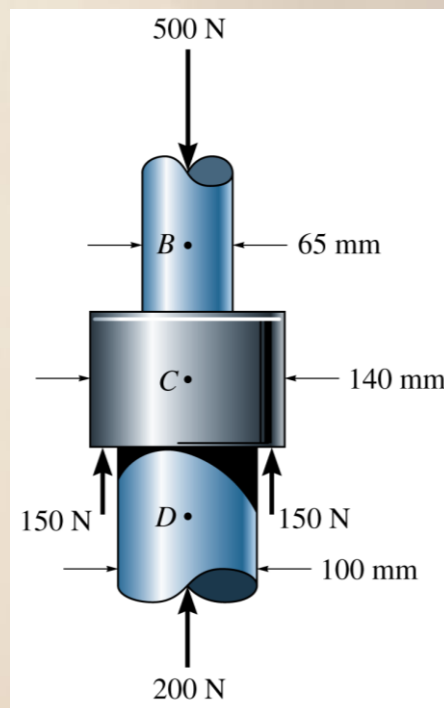




Exercícios Propostos

Aula 2

2. O mancal de encosto está submetido as cargas mostradas. Determinar a tensão normal média desenvolvida nas seções transversais que passam pelos pontos B , C e D . Fazer o desenho esquemático dos resultados para um elemento de volume infinitesimal localizado em cada seção.

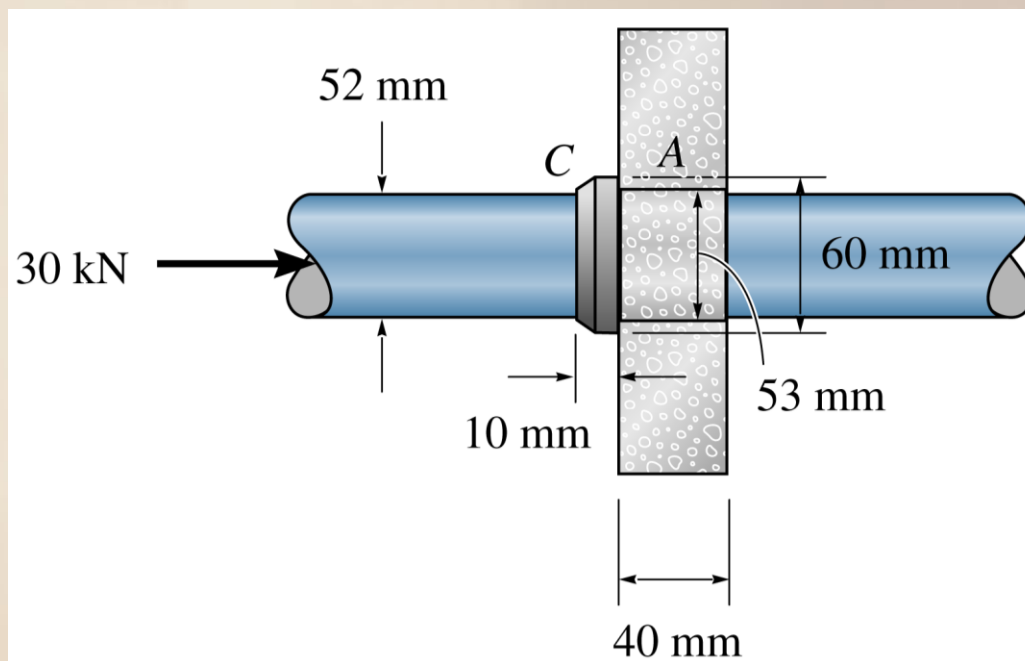




Exercícios Propostos

Aula 2

3. O eixo está submetido a uma força axial de 30 kN. Supondo que o eixo passe pelo furo de 53 mm de diâmetro no apoio fixo A, determinar a tensão do mancal que atua sobre o colar C. Qual é a tensão de cisalhamento média que atua ao longo da superfície interna do colar onde ele está acoplado ao eixo de 52 mm de diâmetro.

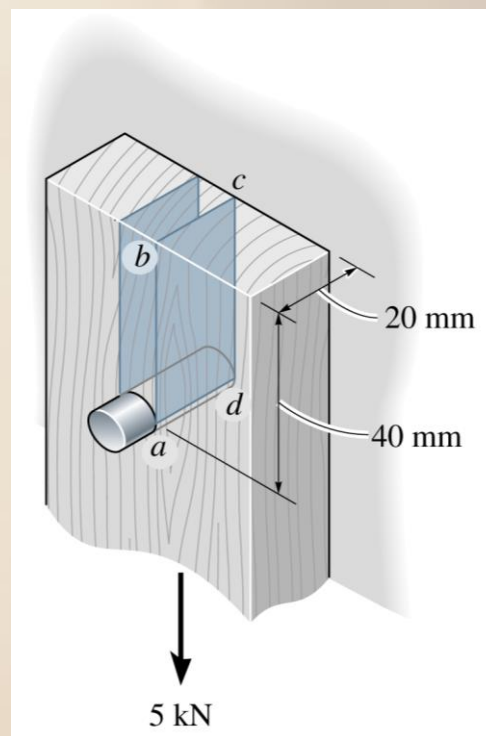




Exercícios Propostos

Aula 2

4. A escora de madeira mostrada na figura está suportada por uma haste de aço de 10 mm de diâmetro presa na parede. Se a escora suporta uma carga vertical de 5 kN, calcular a tensão de cisalhamento média da haste e ao longo das duas áreas sombreadas da escora, uma das quais está identificada como *abcd*.

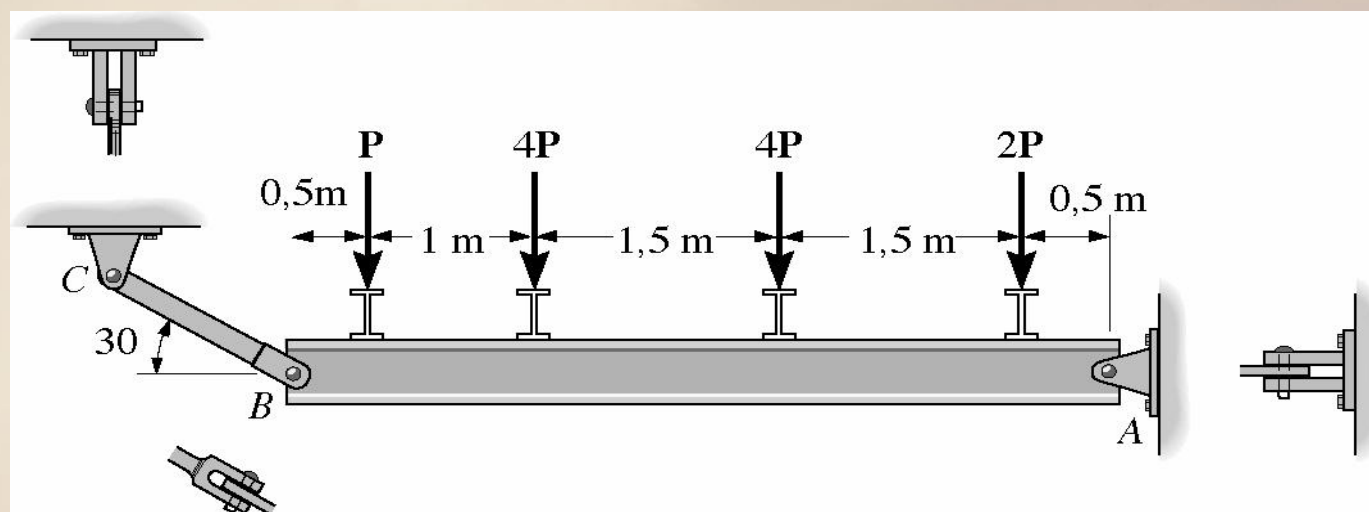




Exercícios Propostos

Aula 2

5. A viga é apoiada por um pino em A e um elo curto BC . Se $P = 15$ kN, determinar a tensão de cisalhamento média desenvolvida nos pinos A , B e C . Todos os pinos estão sob cisalhamento duplo e cada um deles tem 18 mm de diâmetro.



Obrigado Pela Atenção

Nos Encontramos na Próxima Aula

