

*Revista Eletrônica*



*Volume 5 – Número 1 - 2025*

# **Cálculo de Tensões em Vigas de Pontes Rodoviárias e Ferroviárias: Análise de Cargas Móveis e seu Efeito na Segurança Estrutural**

**Cauã Vieira de Carvalho**

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**

[caua.carvalho@aluno.ifsp.edu.br](mailto:caua.carvalho@aluno.ifsp.edu.br)

**João Nadalucci Almeida**

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**

[joao.nadalucci@aluno.ifsp.edu.br](mailto:joao.nadalucci@aluno.ifsp.edu.br)

## **Resumo**

O presente artigo apresenta uma análise estrutural de vigas utilizadas em pontes rodoviárias e ferroviárias submetidas à ação de cargas móveis. O estudo busca compreender a influência da posição e da intensidade dessas cargas sobre os esforços internos e as tensões desenvolvidas ao longo da viga, utilizando-se como base as normas técnicas da ABNT e os modelos de carregamento padronizados, como o trem-tipo TB-450 (rodoviário) e o trem-tipo TB-270 (ferroviário).

A metodologia empregada consiste na aplicação do método das linhas de influência para determinar os pontos mais desfavoráveis de atuação das cargas, permitindo identificar as condições críticas de momento fletor e tensão de flexão. Foram realizadas comparações entre os resultados obtidos para os dois tipos de ponte, considerando uma viga de aço A36 com perfil W610x174 e vão livre de 20 metros. Os resultados indicam que o perfil selecionado apresenta desempenho satisfatório para o modelo rodoviário, com tensões inferiores à tensão admissível, enquanto para o modelo ferroviário as solicitações ultrapassam significativamente o limite seguro, demonstrando a necessidade de seções mais robustas. Conclui-se que a análise das cargas móveis por meio das linhas de influência é fundamental para o dimensionamento adequado e a segurança estrutural de pontes, evidenciando a importância da consideração criteriosa das normas e dos efeitos dinâmicos no projeto.

## **Palavras-chave**

Cargas Móveis, Linhas de Influência, Tensões em Vigas, Pontes Rodoviárias e Ferroviárias, Segurança Estrutural.

## Abstract

This paper presents a structural analysis of beams used in highway and railway bridges subjected to moving loads. The study aims to understand how the position and magnitude of these loads influence internal forces and the resulting stresses along the beam, based on Brazilian technical standards (ABNT) and standardized loading models such as the TB-450 road train and the TB-270 railway train.

The methodology applies the influence line method to determine the most unfavorable load positions, identifying critical conditions of bending moment and flexural stress. Comparisons were made between both bridge types, considering a 20-meter span A36 steel beam with a W610x174 profile. Results show that the selected section performs adequately for the highway model, with stresses below the admissible limit, while for the railway model the stresses largely exceed the safe limit, indicating the need for more robust cross-sections.

It is concluded that the moving load analysis through influence lines is fundamental for proper structural design and safety, emphasizing the importance of strict adherence to standards and dynamic load considerations in bridge projects.

## Keywords

Moving Loads, Influence Lines, Beam Stresses, Highway and Railway Bridges, Structural Safety.

## 1 - Introdução

As pontes rodoviárias e ferroviárias representam elementos essenciais na infraestrutura de transporte, viabilizando o deslocamento de pessoas e mercadorias. A segurança e a durabilidade dessas estruturas estão diretamente associadas à adequada consideração das cargas móveis, que variam em intensidade e posição ao longo do tempo.

No dimensionamento de vigas estruturais, torna-se indispensável analisar como essas cargas influenciam os esforços internos e, conseqüentemente, as tensões normais e de cisalhamento. A partir das diretrizes das normas técnicas nacionais, como a ABNT NBR 7188 para rodovias e a ABNT NBR 7189 para ferrovias, é possível representar veículos e composições ferroviárias através de modelos de carregamento padronizados, como o trem-tipo TB-450 e o trem-tipo TB-270.

Assim, este artigo tem como objetivo calcular e discutir as tensões geradas em vigas submetidas a diferentes modelos de cargas móveis, ressaltando a importância da análise criteriosa para a segurança estrutural em projetos de engenharia.



## 2 - Fundamentação Teórica

### 2.1 - Tensões em Vigas

Definição de Tensão: Tensão representa a intensidade da força interna sobre um plano específico (área) que passa por um determinado ponto

Existem vários tipos de tensões que são importantes para o cálculo sobre as vigas.

Tensão Normal: A intensidade da força, ou força por unidade de área, que age perpendicularmente à  $\Delta A$ , é definida como tensão normal,  $\sigma$  (sigma). Visto que  $\Delta F$ , é normal à área, então:

$$\sigma_z = \frac{\Delta F_z}{\Delta A} \quad (1)$$

$\sigma$ : Tensão normal (Pa);

$\Delta F$ : Intensidade da força (N);

$\Delta A$ : Área ( $m^2$ ).

Se a força normal ou tensão tracionar o elemento de área  $\Delta A$ , ela será denominada tensão de tração, enquanto que se comprimir o elemento  $\Delta A$ , ela será denominada tensão de compressão.

Tensão de Cisalhamento: A intensidade da força ou força por unidade de área, que atua na tangente a  $\Delta A$ , é definida como tensão de cisalhamento,  $\tau$  (tau). Portanto:

$$\tau = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2)$$

$\tau$ : Tensão de cisalhamento (Pa);

$\Delta F$ : Intensidade da força (N);

$\Delta A$ : Área ( $m^2$ ).

Vigas: Elementos delgados que suportam carregamentos aplicados perpendicularmente a seu eixo longitudinal são denominados vigas. Em geral, vigas são barras longas e retas com área de seção transversal constante e classificadas conforme o modo como são apoiadas. O vão (L) de uma viga refere-se ao seu comprimento longitudinal entre os pontos de apoio. Por exemplo, uma viga simplesmente apoiada é suportada por um apoio fixo em uma extremidade e um apoio móvel na outra extremidade, uma viga em balanço é engastada em uma extremidade e livre na outra, e uma viga apoiada com extremidade em balanço é uma viga na qual uma ou ambas as extremidades ultrapassam livremente os

apoios, como pode ser observado na Figura 1. As vigas estão entre os mais importantes de todos os elementos estruturais.



Figura 1 – Diferença de apoios em vigas.

Por conta dos carregamentos aplicados, as vigas desenvolvem uma força de cisalhamento interna (esforço cortante) e momento fletor que, em geral, variam de ponto para ponto ao longo do eixo da viga. Para projetar uma viga corretamente, em primeiro lugar, é necessário determinar a força de cisalhamento e o momento máximos que agem na viga. Um modo de fazer isso é expressar  $V$  (esforço cortante) e  $M$  (momento fletor) em função de uma posição arbitrária  $x$  ao longo do eixo da viga. Então, essas funções de cisalhamento e momento podem ser representadas em gráficos denominados diagramas de esforço cortante e momento fletor. Os valores máximos tanto de  $V$  quanto de  $M$  podem ser obtidos desses gráficos. Além disso, uma vez que fornecem informações sobre a variação do cisalhamento e do momento ao longo do eixo da viga, os diagramas de força cortante e momento fletor são usados para decidir onde colocar materiais de reforço no interior da viga ou como calcular as dimensões da viga em vários pontos ao longo de seu comprimento.

## 2.2 - Tensão de Flexão:

**Flexão Reta:** Em uma viga simplesmente apoiada e de seção retangular que está suportando carga distribuída, os esforços internos solicitantes realizarão forças tangenciais a viga e ao momento fletor, o momento fletor tentará dobrar a peça. Nesse caso em que as cargas estão distribuídas os momentos fletores atuarão perpendicularmente à direção  $XX$  e paralelamente à direção  $YY$ . Os eixos  $XX$  e  $YY$  são

eixos de simetria da seção. Esse tipo de flexão é chamada de flexão normal ou reta.

**Flexão Oblíqua:** Em uma viga de seção retangular que as cargas são verticais e geram momentos fletores em um plano vertical que encontrará a seção da viga em eixos inclinados em relação aos eixos de simetria da seção viga é chamado de flexão oblíqua ou desviada.

Se as vigas fossem de seção circular, ou seja, não fossem de seção retangular, não haveria diferença no tipo de flexão já que seções circulares não possuem eixo de simetria.

**Flexão composta:** No caso de vigas que, além de sofrerem flexão, sofrem tensão normal, ou seja, tensões de tração e compressão, temos a tensão composta.

A fórmula de tensão de flexão pode ser observada a seguir:

$$\sigma = -\frac{My}{I} \quad (3)$$

$\sigma$ : Tensão (Pa);

M: Momento fletor (kNm);

Y: Distância até a linha neutra (mm);

I: Momento inércia (mm<sup>4</sup>).

## 2.3 - Tipos de Materiais

**Material Dúctil:** Se o material sofre grandes deformações antes de sofrer ruptura ele é considerado um material dúctil.

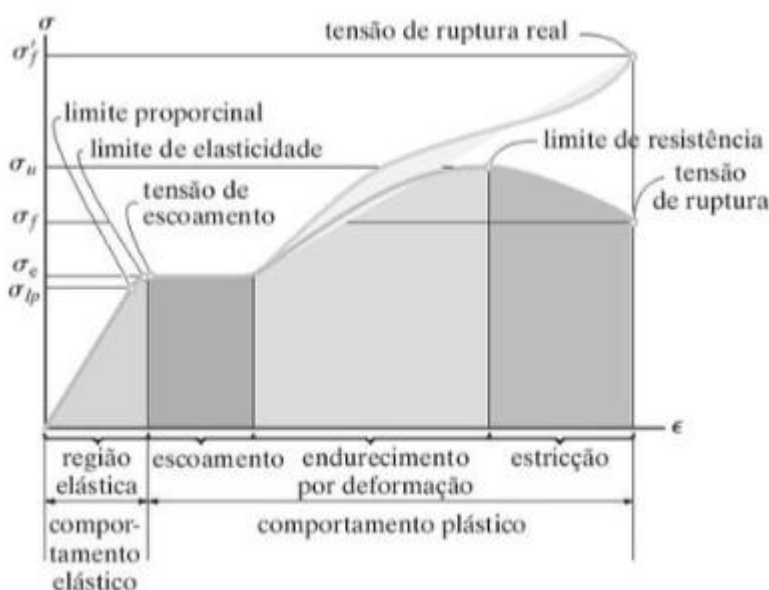


Figura 2 – Tensão-deformação de um material dúctil

A Figura 2 mostra um gráfico de tensão-deformação de um material dúctil e podemos ver que ele tem uma deformação elástica (reversível) e uma plástica (permanente), ele começa a sofrer deformação plástica quando atinge ou ultrapassa o limite de escoamento.

**Material Frágil:** Se um material sofre poucas deformações antes de sofrer ruptura ele é considerado um material frágil. Então eles se rompem de forma repentina sem sinais de deformações significativas praticamente. Materiais frágeis tem alta resistência à tensão de compressão, porém baixa resistência a tensão de tração.

Com isso dito, materiais dúcteis são preferíveis em projetos que a segurança é prioridade pois apresentam sinais visíveis de deformação antes de se romper, podendo assim tomar medidas preventivas.

**Tensão Admissível:** Um material pode suportar uma carga até um valor máximo de tensão de maneira que continue segura, esse valor é a tensão admissível que é fundamental para a segurança e funcionamento de estruturas para não haver falha estrutural ou deformação permanente no material.

A tensão admissível é calculada através da divisão da tensão limite do material por um coeficiente de segurança definido de acordo com as normas técnicas e critérios de engenharia.

A tensão limite do material por sua vez pode ser o limite de escoamento ou o limite de ruptura dependendo se o material for dúctil (equação 4) ou frágil (equação 5), respectivamente.

$$\bar{\sigma} = \sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{k} \quad (4)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_{adm} = \frac{\sigma_r}{k} \quad (5)$$

$\sigma$ : Tensão (Pa);

k: coeficiente de segurança.

**Fator de Segurança:** O fator de segurança é um número utilizado para garantir a segurança de estruturas com base nas cargas aplicadas e nas propriedades do material. Ele garante que, mesmo com imprevistos nas condições de operação, a estrutura não chegue ao seu limite de falha.

O fator considera várias incertezas, como fadiga, vibrações, a natureza do material para garantir sua segurança. Se calcula o fator de segurança pela razão entre a tensão máxima que o material pode suportar (tensão admissível) pela tensão a que ele está submetido.

## 2.4 - Cargas Móveis

No contexto da análise de estruturas diversos carregamentos devem ser considerados, podendo classificá-los em dois tipos: cargas permanentes e cargas acidentais. As cargas permanentes têm posição fixa e atuam com mesma intensidade durante toda a vida útil da estrutura. Como exemplos de cargas de ação permanente, pode-se citar: peso próprio da estrutura, paredes fixas, entre outros. Para estruturas carregadas apenas por cargas permanentes a análise dos esforços para o dimensionamento das mesmas, utiliza-se os Diagramas de Estado (momento fletor e torção, força cortante, força normal). A partir dos Diagramas de Estado obtêm-se os esforços mais desfavoráveis atuantes na estrutura. Por outro lado, para as cargas que têm variação espacial, ditas cargas móveis, deve-se verificar as posições mais desfavoráveis que estas poderão ocupar simultaneamente de modo a resultar numa situação de máximo ou mínimo esforço solicitante numa dada seção do elemento estrutural. Alguns exemplos de cargas móveis são: multidão de pessoas sobre arquibancadas e passarelas, pontes rolantes para transporte de carga e carregamentos rodoviários e ferroviários, dentre outras. A Figura 3 apresenta alguns veículos considerados em projetos de estradas.

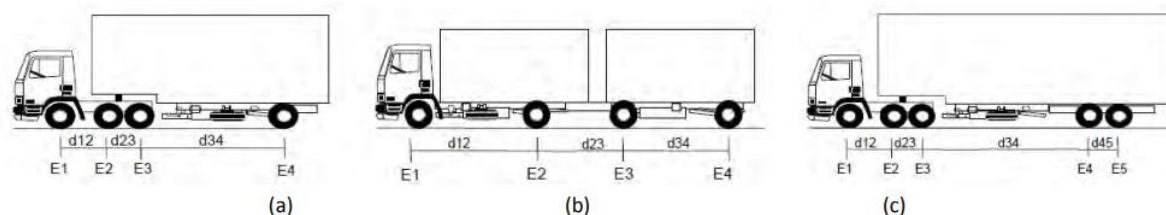


Figura 3 – Exemplos de diferentes veículos em estradas.

O dimensionamento de estruturas sob a ação de cargas móveis exige que a análise dos esforços seja feita a uma análise rigorosa. O procedimento geral consiste em determinar a posição das cargas móveis em uma estrutura que provocam os valores limites de determinado esforço interno em uma dada seção transversal. Este procedimento é feito com o auxílio das linhas de influência. (MARTHA, 2010).

## 2.5 - Linhas de Influência

Uma linha de influência registra a variação de um determinado esforço, deslocamento ou reação em função da posição de uma força unitária que percorre a estrutura. Imaginando uma célula de carga, que indica a força vertical (tipo balança), instalada no apoio A da viga apresentada na Figura 4.



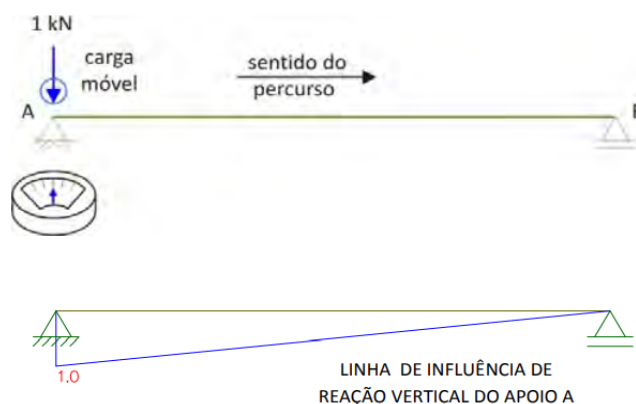


Figura 4 – Demonstração da linha de influência

Observa-se que a expressão matemática que mostra a variação da reação de apoio A em função distância da carga unitária do apoio esquerdo é uma função linear que varia de 1 kN (quando a carga unitária está sobre o apoio A) até 0 kN (quando a carga unitária está sobre o apoio B), como observado na Figura 5.

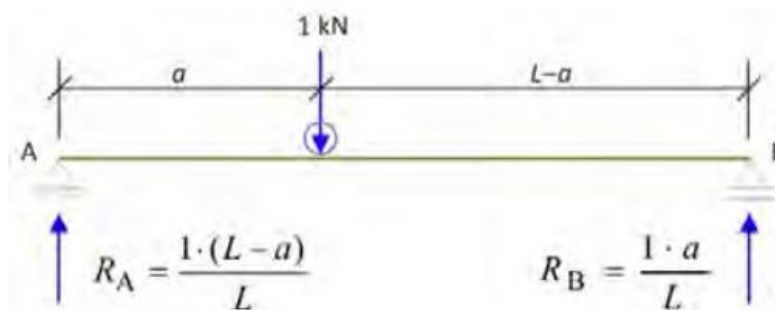


Figura 5 – Variação da reação de apoio

I = Força unitária;

L = comprimento.

A utilização das linhas de influência é essencial para determinar as posições mais desfavoráveis das cargas móveis em uma estrutura. Embora, no caso de vigas simplesmente apoiadas e simétricas, o momento fletor máximo ocorra geralmente no meio do vão, essa condição não é universal. Para o esforço cortante, por exemplo, os valores críticos ocorrem próximos aos apoios, enquanto em vigas contínuas ou com carregamentos assimétricos, os máximos podem se deslocar para outras seções intermediárias. Dessa forma, as linhas de influência permitem visualizar, de maneira direta e quantitativa, como cada posição da carga afeta um esforço específico, possibilitando identificar com precisão o ponto crítico para

cada tipo de solicitação (reação, cortante ou momento). Essa análise é indispensável em projetos sujeitos a cargas móveis, como pontes rodoviárias e ferroviárias, em que o posicionamento relativo das cargas influencia significativamente o desempenho estrutural.

### 2.5.1 - Linha de Influência para Viga Simplesmente Apoiada

A descrição da variação do momento fletor em C em relação à posição da carga unitária, para o caso de viga simplesmente apoiada, é obtida por meio de duas funções apresentadas a seguir.

Carga unitária no trecho AC ( $0 \leq x \leq z$ )

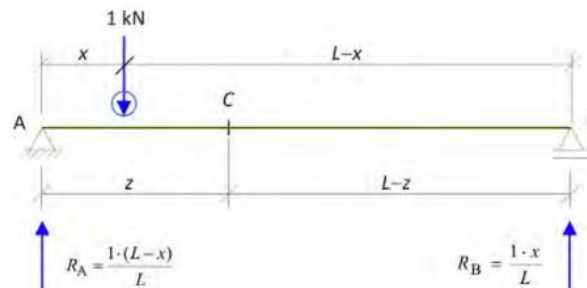


Figura 6 - Variação na reação de apoio, força unitária em AC.

Analisando a Figura 6 e pelo teorema do corte a subestrutura à direita de C (figura), o momento fletor em C é dado por:

$$M_c = \frac{x}{L} \cdot (L - z) \rightarrow x = z: M_c = \frac{z}{L} \cdot (L - z) \quad (6)$$

A força cortante em C é dada por:

$$V_c = -\frac{x}{L} \rightarrow x = z: V_c = -\frac{z}{L} \quad (7)$$

Carga unitária no trecho CB ( $z \leq x \leq L$ )

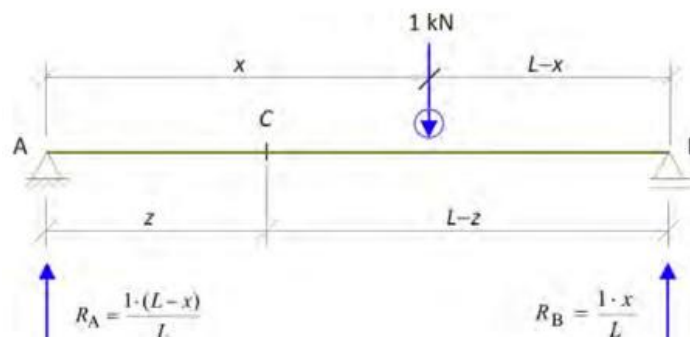


Figura 7 - Variação das reações de apoio, força unitária em CB

Partindo da figura 7 e procedendo de forma análoga ao trecho anterior, o momento fletor em C é dado por:

$$M_c = \frac{z}{L} \cdot (L - x) \rightarrow x = z: M_c = \frac{z}{L} \cdot (L - z) \quad (8)$$

$$x = L: M_c = 0$$

Assim como, a força cortante em C vale:

$$V_c = \frac{(L-x)}{L} \rightarrow x = z: V_c = \frac{(L-z)}{L} \quad (9)$$

$$x = L: V_c = 0$$

A partir das expressões anteriores pode-se traçar as linhas de influência de momento fletor e de força cortante na seção transversal C da viga simplesmente apoiada, conforme mostrado na figura 8 e na figura 9.

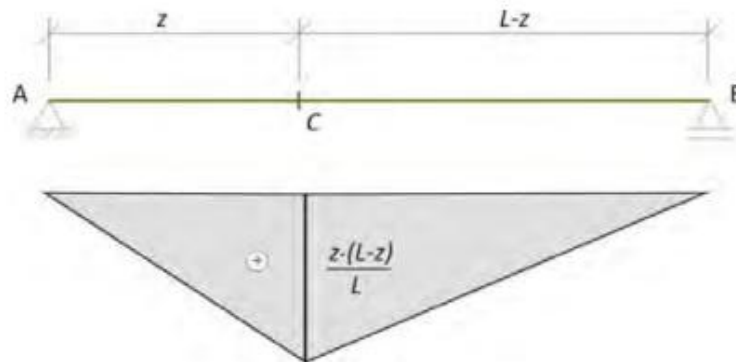


Figura 8 - Linha de influência do momento fletor.

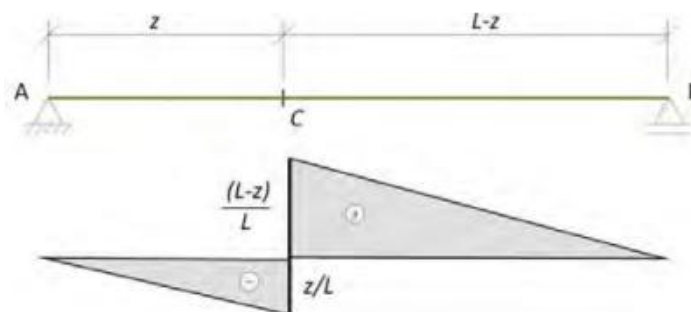


Figura 9 - Linha de influência de força cortante.

### 2.5.2 - Obtenção dos Esforços

No caso de cargas móveis concentradas, para a obtenção de um determinado esforço numa certa seção, basta multiplicar o valor da ordenada da linha de influência correspondente ao esforço desejado pela intensidade da carga concentrada.

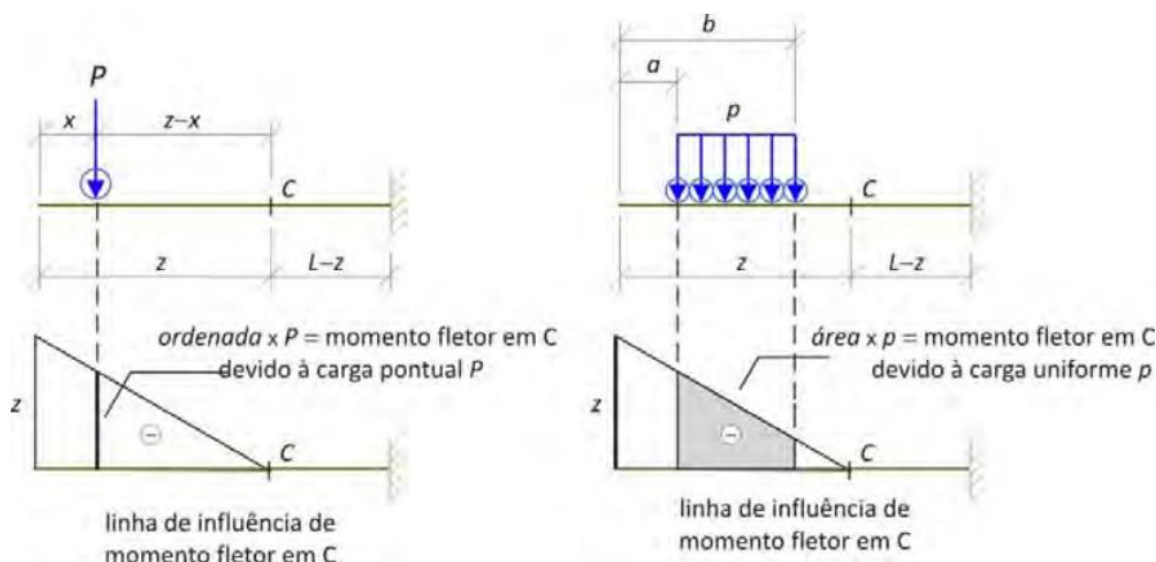


Figura 10 - Esforços de flexão na seção transversal C devidos à carga concentrada e à carga uniforme.

Já para o caso de cargas móveis uniformemente distribuídas, para a obtenção de um determinado esforço numa certa seção, basta multiplicar o valor da área da projeção do carregamento distribuído da linha de influência correspondente ao esforço desejado pela intensidade da carga uniforme.

De modo, pode aplicar os carregamentos, estrategicamente, de modo a gerar os esforços mais desfavoráveis na seção analisada. No caso da Figura 11 o carregamento móvel uniformemente distribuído foi aplicado estrategicamente na viga contínua, somente na região positiva, de modo a produzir o máximo momento fletor na seção transversal S. Analogamente, na Figura 12, o carregamento móvel foi aplicado para produzir o mínimo momento fletor na seção transversal S.

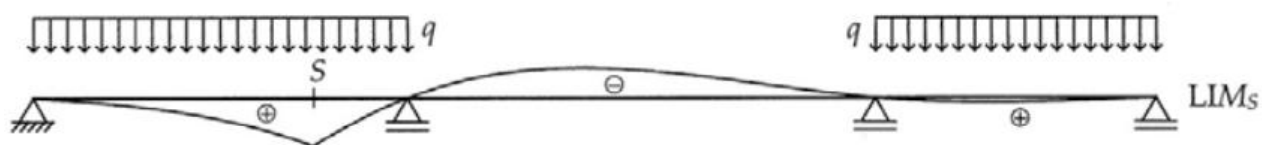


Figura 11 - Posicionamento da carga móvel uniforme para provocar o máximo momento fletor na seção transversal S, (MARTHA, 2010).

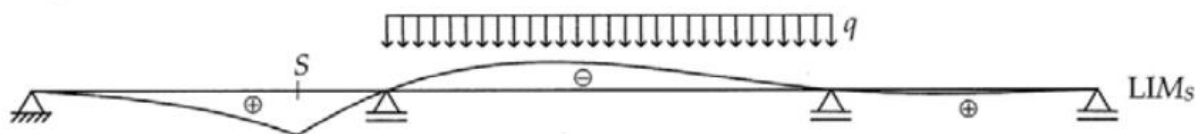


Figura 12 - Posicionamento da carga móvel uniforme para provocar o mínimo momento fletor na seção transversal S, (MARTHA, 2010).

## 2.6 - Normas Técnicas e Critérios de Projeto

O dimensionamento de vigas e demais elementos estruturais, como pontes rodoviárias e ferroviárias, exige a consideração de cargas móveis que representam o tráfego de veículos ou composições ferroviárias ao longo do tempo. Diferentemente das ações permanentes (peso próprio e revestimentos), as cargas móveis são classificadas como ações variáveis transitórias, e seu tratamento está consolidado em normas técnicas específicas, que padronizam valores, distribuições e critérios de aplicação.

No contexto brasileiro, a ABNT NBR 7188 define as cargas móveis rodoviárias a serem utilizadas no projeto de pontes, viadutos e passarelas. Essa norma estabelece modelos de carregamento padronizados, como o trem-tipo TB-450, associado a cargas concentradas por eixo, e uma carga uniformemente distribuída ao longo da faixa de rolamento. O objetivo é garantir que as estruturas sejam verificadas em situações críticas, considerando posicionamentos desfavoráveis e efeitos dinâmicos decorrentes do tráfego.

Já para o projeto estrutural de obras de concreto, a ABNT NBR 7187 complementa essas definições, apresentando critérios gerais de dimensionamento e combinações de ações, sempre em conformidade com os carregamentos estabelecidos na NBR 7188. Essa norma também orienta quanto à consideração de fatores dinâmicos de impacto, que majoram os valores estáticos para simular os efeitos adicionais de vibração, aceleração e irregularidades da pista.

No caso das estruturas ferroviárias, a referência normativa é a ABNT NBR 7189, que define os trens-tipo a serem utilizados para o dimensionamento das vigas e tabuleiros. Cada trem-tipo (como TB-360, TB-270, TB-240 e TB-170) representa diferentes classes de solicitação, com distribuição de cargas por eixo e valores de carga linear ao longo do comprimento. O posicionamento dessas composições sobre a via deve ser avaliado de forma a produzir os esforços mais desfavoráveis em flexão, cisalhamento e torção.

Além das normas da ABNT, o DNIT disponibiliza manuais técnicos que interpretam e



consolidam essas diretrizes para aplicação prática em projetos de infraestrutura rodoviária e ferroviária. Esses documentos públicos orientam projetistas a considerar, por exemplo, combinações de carga que incluam veículos pesados, pedestres e cargas excepcionais, assegurando uniformidade nos critérios de segurança em nível nacional.

Em síntese, o tratamento normativo das cargas móveis tem como finalidade garantir que vigas de rodovias e ferrovias sejam dimensionadas para resistir não apenas ao peso próprio, mas também aos esforços variáveis impostos pelo tráfego real. O uso de modelos de carga padronizados, fatores dinâmicos e combinações normativas permite projetar estruturas seguras, duráveis e compatíveis com as exigências de uso, mesmo diante de condições desfavoráveis de carregamento.

### 3 - Metodologia

#### 3.1 - Modelo da Viga Considerado

Para o cálculo vamos considerar uma viga simplesmente apoiada de aço A36 com um vão livre de 20 metros. A tensão máxima em barras de aço é calculada com base na tensão de escoamento, pois é um material dúctil, sobre o coeficiente de segurança.

De acordo com a NBR 8800 em um aço carbono comum (A36) o coeficiente de segurança é 1,1 e de acordo com a NBR 7007 tensão de escoamento para o mesmo aço é 250 Mpa.

Pela equação 4, a tensão admissível é:

$$\frac{250}{1,1} = 227 \text{ Mpa}$$

Sabendo disso o perfil a ser utilizado é o W610x174 que, de acordo com os manuais da ABNT, possui:

Momento de inércia (I) = 1.478.700.000  $mm^4$

Altura (h) = 620 mm

Distância da linha neutra até a borda (y) = h/2 = 310 mm

#### 3.2 - Consideração das Cargas Móveis

##### 3.2.1 - Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias.

A carga móvel rodoviária padrão TB-450 é definida por um veículo tipo de 450 kN, com seis rodas, P = 75 kN, três eixos de carga afastados entre si em 1,5 m, com área de ocupação de 18,0 m<sup>2</sup>, circundada por uma carga uniformemente distribuída constante p = 5 kN/m<sup>2</sup>, conforme Figura 13.

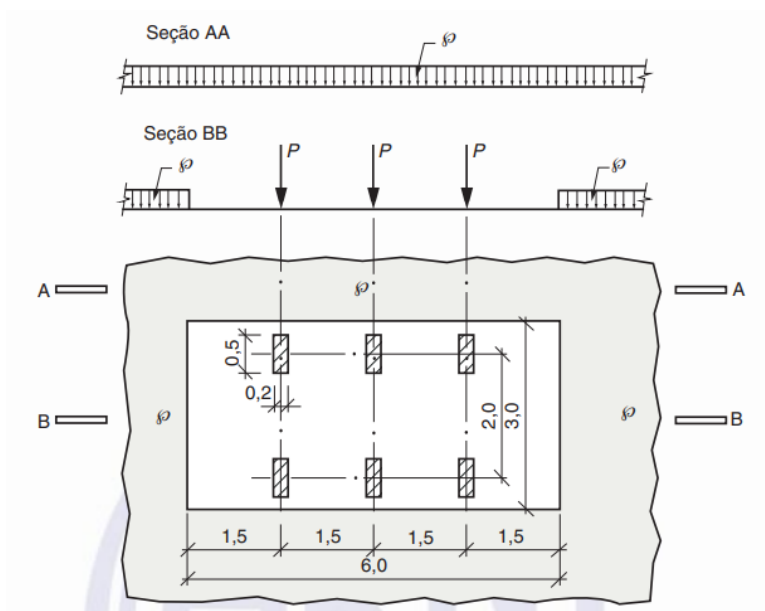


Figura 13 – Carga móvel rodoviária padrão.

A carga móvel assume posição qualquer em toda a pista rodoviária com as rodas na posição mais desfavorável, inclusive acostamento e faixas de segurança. A carga distribuída deve ser aplicada na posição mais desfavorável, independentemente das faixas rodoviárias. Admite-se a distribuição espacial da carga concentrada no elemento estrutural a partir da sua superfície de contato em um ângulo de  $45^\circ$ .

### 3.2.2 - Cargas Móveis em Pontes Ferroviárias

A carga móvel ferroviária padrão TB-270 ( ferrovias sujeitas a transporte de carga geral) é definida por uma composição de eixo tipo de 270 kN, com espaçamento característico entre eixos  $a = 1,0$  m, distância entre bogies  $b = 2,0$  m e entre veículos sucessivos  $c = 2,0$  m. Além das cargas concentradas nos eixos, considera-se ainda a ação de uma carga uniformemente distribuída representando os vagões carregados, de intensidade  $q = 90$  kN/m, ou, no caso de vagões descarregados,  $q' = 15$  kN/m, aplicada ao longo da via férrea. Na figura 14 há uma representação deste trem-tipo.

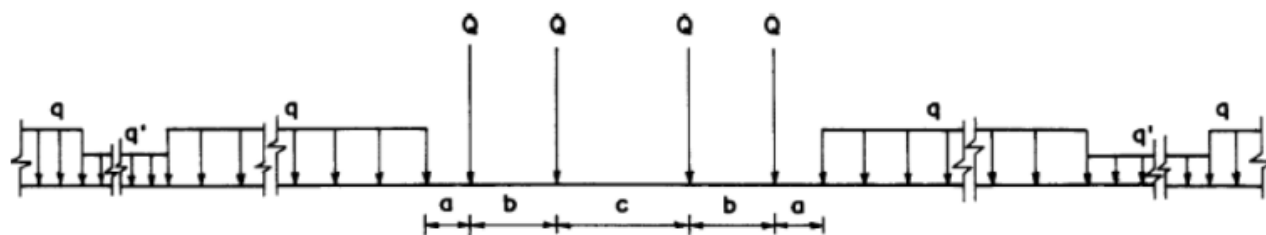


Figura 14 – Representação de trem-tipo.

Esse trem-tipo foi escolhido como exemplo pois assume uma posição média entre os demais. O objetivo é abordar o cálculo sem alcançar qualquer extremo, pois o estudo seria inviável e o artigo perderia o propósito.

### 3.3 - Procedimento do Cálculo em Pontes Rodoviárias

Para dimensionamento, o projetista aplica o trem-tipo sobre o vão de forma a obter os efeitos mais desfavoráveis (momentos fletores, cortantes, torções).

Para obter os efeitos mais desfavoráveis será utilizado o método das linhas de influência, a linha de influência mostra a variação do momento fletor em uma seção específica a medida que a carga se move. Para a viga escolhida o momento fletor máximo vai ser no meio do vão, em  $x = L/2 = 10 \text{ m}$ , e a linha de influência será um triângulo com altura de  $y_{LI}(max) = \frac{L}{4} = \frac{20 \text{ m}}{4} = 5 \text{ m}$

O momento fletor máximo será achado na seção  $x = 10 \text{ m}$  onde o trem-tipo escolhido TB-450 é posicionado de forma que a carga P2 (centro da carga) esteja coincidindo com a o pico da linha de influência

As alturas das 3 cargas então serão de:

$$P1 \text{ (está em } x = 10 - 1,5 = 8,5 \text{ m): } y1 = 5 \text{ m} \times \frac{8,5}{10} = 4,25 \text{ m}$$

$$P2 \text{ (está em } x = 10 \text{ m): } y2 = 5 \text{ m}$$

$$P3 \text{ (está em } x = 10 + 1,5 = 11,5 \text{ m) é baseado na distância do apoio B(20 - 11,5 = 8,5 \text{ m), por simetria é: } y3 = 5 \text{ m} \times \frac{8,5}{10} = 4,25 \text{ m}$$

Agora o momento fletor máximo é a somatória das cargas multiplicadas por suas alturas:

$$M_{max} = (75 \text{ kN} \times 4,25 \text{ m}) + (75 \text{ kN} \times 5 \text{ m}) + (75 \text{ kN} \times 4,25 \text{ m})$$

$$M_{max} = 318,75 + 375 + 318,75$$

$$M_{max} = 1012,5 \text{ kNm}$$

Logo, com o momento fletor máximo basta utilizar a equação 3 para descobrir a tensão de flexão:

$$\sigma = \frac{M \times I}{y}$$

$$\sigma = \frac{(1012,5 \times 10^6 \text{ N.mm}) \times (310 \text{ mm})}{1.418.700.000 \text{ mm}^4}$$

$$\sigma = 212,5 \text{ MPa}$$

### 3.4 - Procedimento do Cálculo em Pontes Ferroviárias

Para ter uma comparação direta, será usado a mesma viga de aço A36 ( $\sigma_{adm} = 227 \text{ MPa}$ ) com perfil W610x174,  $W = 4770 \text{ cm}^3$  e o mesmo vão (L) de 20 m, que foi utilizado no cálculo em pontes rodoviárias.

O mesmo método da linha de influência será utilizado para obter os efeitos mais desfavoráveis, a linha de influência, isto é  $x = 10 \text{ m}$ , e a linha de influência será um triângulo com altura de  $y_{LI}(max) = 5 \text{ m}$ . O momento fletor máximo é a soma do efeito da carga distribuída (q) e das cargas concentradas (Q).

Momento da carga distribuída: Para o efeito máximo a carga  $q = 90 \text{ kN}$  é aplicada por toda a área da linha de influência :

$$M_{dist} = \text{carga } (q) \times \text{área da linha de influência}$$

$$M_{dist} = 90 \text{ kN/m} \times \left(\frac{1}{2}\right) \times 20 \text{ m} \times 5 \text{ m}$$

$$M_{dist} = 90 \text{ kN/m} \times 50 \text{ m}^2 = 4500 \text{ kNm}$$

Momento das cargas concentradas: Para o efeito máximo o conjunto de eixos é posicionado sobre a linha, de forma que um dos eixos centrais (Q3) esteja coincidindo com a o pico da linha de influência, para continuar com o cálculo precisaremos das posições e das alturas da linha de influência para cada carga.

Posições:

Q3: Posição  $x = 10 \text{ m}$

Q2: Posição  $x = 10 - b = 10 - 2 = 8 \text{ m}$

Q1: Posição  $x = 8 - a = 8 - 1 = 7 \text{ m}$

Q4: Posição  $x = 10 + c = 10 + 2 = 12 \text{ m}$

Alturas:

$y_3$  (em  $x=10 \text{ m}$ ):  $y_3 = 5 \text{ m}$  (Pico)

$y_2$  (em  $x=8,0 \text{ m}$ ):  $y_2 = \left(\frac{5}{10}\right) \times 8 = 4 \text{ m}$

$y_1$  (em  $x=7,0 \text{ m}$ ):  $y_1 = \left(\frac{5}{10}\right) \times 7 = 3,5 \text{ m}$

$y_4$  (em  $x=12 \text{ m}$ ):  $y_4 = \left(\frac{5}{10}\right) \times 20 - 12 = 4 \text{ m}$

O momento das cargas concentradas é:

$$M_{conc} = \Sigma(Q_i \times y_i)$$

$$M_{conc} = (270 \times 3,5) + (270 \times 4) + (270 \times 5) + (270 \times 4)$$

$$M_{conc} = 945 + 1080 + 1350 + 1080 = 4455 \text{ kNm}$$

Momento fletor máximo total:

$$M_{max} = M_{dist} + M_{conc}$$

$$M_{max} = 4500 + 4455 = 8955 \text{ kNm}$$

Agora, com o momento fletor máximo e com o valor tabelado do módulo de resistência do perfil W610x174 pode-se utilizar a equação do módulo de resistência para determinarmos a tensão de flexão que a viga está submetida:

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W_{max}}$$

$$\sigma = \frac{8955 \times 10^6}{4.770.000 \text{ mm}^3}$$

$$\sigma = 1877 \text{ MPa}$$

#### 4 – Resultados e Discussão

Pelos resultados obtidos no cálculo máxima da tensão em pontes rodoviárias, ela é menor do que a admissível ( $\sigma_{max} < \sigma_{adm}$ ). Isso faz com que a viga W610x174 suporta com segurança o efeito mais desfavorável da carga móvel rodoviária TB-450.

Já para encontrar o dimensionamento mínimo da viga para que ela não se rompa com a nossa carga basta calcular módulo de resistência elástico mínimo ( $W_{min}$ ) que o perfil do aço A36 deve ter. Para achar este valor se divide o momento fletor máximo pela tensão admissível do material:



$$W_{min} = \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}}$$

$$W_{min} = \frac{1012,5 \times 10^6 \text{ N.mm}}{227 \text{ N/mm}^2} = 4.460.000 \text{ mm}^3 \text{ ou } 4.460 \text{ cm}^3$$

Pelas especificações do perfil W610x174 selecionado, o módulo da resistência é  $W = 4770 \text{ cm}^3$  ultrapassando e atendendo a condição de segurança  $W > W_{min}$

Já com os resultados nos cálculos da máxima da tensão em pontes ferroviárias, a tensão (1877 MPa) é muito maior do que a admissível (227 MPa). Isso faz com que a viga W610x174 falhe de forma catastrófica ao ser submetida à carga móvel ferroviária TB-270.

#### 4.1 - Comparação Rodoviária x Ferroviária

O dimensionamento estrutural de pontes rodoviárias e ferroviárias apresenta diferenças significativas em função das características físicas das cargas móveis e das exigências de segurança associadas a cada tipo de tráfego. Em pontes rodoviárias, as cargas móveis são compostas por veículos de diferentes portes, variando desde automóveis leves até caminhões de múltiplos eixos. Essas cargas apresentam maior variabilidade espacial e temporal, com distribuição não uniforme ao longo da pista e atuação intermitente. Por esse motivo, o dimensionamento de pontes rodoviárias considera modelos padronizados de veículos-tipo (como o trem-tipo TB-450) que representam o pior cenário provável, aplicando-se fatores dinâmicos de impacto para compensar vibrações e irregularidades da via.

Em contraste, nas pontes ferroviárias as cargas móveis são mais concentradas e repetitivas, uma vez que os trens exercem esforços contínuos e alinhados em uma única faixa de rolamento. Cada eixo ferroviário transmite uma carga elevada diretamente sobre o trilho, gerando momentos fletores e esforços cortantes de maior intensidade e frequência. Além disso, a carga distribuída equivalente ao peso dos vagões produz uma ação constante e extensa ao longo do vão, exigindo que o dimensionamento da viga leve em conta as combinações simultâneas de cargas concentradas e distribuídas. Essa característica torna o cálculo ferroviário mais rigoroso e crítico, demandando seções estruturais mais robustas e materiais de maior resistência.

Outro aspecto que distingue os dois casos é o nível de segurança requerido. Enquanto as pontes rodoviárias estão sujeitas a uma variedade de veículos com pesos limitados por regulamentação, as pontes ferroviárias precisam resistir a cargas muito mais elevadas e a esforços dinâmicos causados por frenagens, acelerações e vibrações contínuas. Assim, o fator de segurança e os coeficientes de impacto

adotados no projeto ferroviário são, em geral, mais conservadores. Consequentemente, o processo de dimensionamento em estruturas ferroviárias envolve análises mais detalhadas de fadiga, deformação e estabilidade global, uma vez que a repetição cíclica das cargas pode reduzir a vida útil do material.

Em síntese, o dimensionamento rodoviário prioriza a versatilidade e a resposta dinâmica a cargas variáveis, enquanto o dimensionamento ferroviário demanda resistência e durabilidade frente a carregamentos intensos e concentrados. Essas diferenças tornam o cálculo ferroviário mais complexo e exigente, justificando o uso de perfis estruturais maiores e critérios de verificação mais rigorosos para garantir a segurança e a integridade da estrutura ao longo do tempo.

## 5 - Conclusões

O presente artigo teve como objetivo analisar o comportamento estrutural de vigas de pontes rodoviárias e ferroviárias submetidas à ação de cargas móveis, empregando o método das linhas de influência para determinar as posições mais desfavoráveis e avaliar a segurança da estrutura frente às tensões de flexão geradas. A partir do estudo desenvolvido, foi possível compreender como a variação da posição das cargas afeta diretamente os esforços internos, permitindo identificar os pontos críticos de atuação e o impacto da natureza das cargas sobre o dimensionamento.

Verificou-se que, nas vigas simplesmente apoiadas, o momento fletor máximo ocorre no centro do vão, enquanto as maiores forças cortantes se concentram nos apoios, confirmando o comportamento teórico previsto pela linha de influência. As análises realizadas mostraram ainda que, para o carregamento rodoviário, as tensões de flexão permaneceram dentro do limite admissível do aço A36, indicando um dimensionamento seguro. Já no caso ferroviário, as solicitações excederam em grande proporção a capacidade resistente do mesmo perfil, evidenciando a necessidade de seções estruturais mais robustas e materiais de maior desempenho.

A comparação entre os dois tipos de carregamento demonstrou que o dimensionamento de pontes ferroviárias é substancialmente mais rigoroso, uma vez que as cargas são mais concentradas, repetitivas e de maior intensidade. Assim, a análise criteriosa das cargas móveis é indispensável para garantir a segurança estrutural e a durabilidade das obras de infraestrutura, especialmente em sistemas sujeitos a variações dinâmicas.

Como recomendação para estudos futuros, sugere-se a ampliação da análise através da consideração de vigas contínuas, que representam de forma mais realista o comportamento de pontes com múltiplos vãos. Diferentemente das vigas simplesmente apoiadas, as vigas contínuas apresentam regiões de momento negativo sobre os apoios e redistribuição dos esforços internos, permitindo um uso mais eficiente do material e uma redução nas tensões máximas. Além disso, recomenda-se incluir a

análise dinâmica das cargas móveis, levando em conta efeitos de aceleração, impacto e vibração, que podem alterar significativamente os esforços atuantes. Por fim, destaca-se a importância da modelagem numérica detalhada em softwares de elementos finitos, como o SAP2000, para avaliar o comportamento tridimensional das estruturas e validar os resultados analíticos. Essas abordagens complementares podem aprimorar o entendimento do desempenho estrutural, permitindo o desenvolvimento de projetos mais precisos, econômicos e alinhados às exigências da engenharia moderna.

## 6 – Referências Bibliográficas

<https://www.engbrasil.eng.br/curso-rem>

<https://engucm.wordpress.com/wp-content/uploads/2016/05/cargas-moveis.pdf>

Livro Resistência dos materiais 7º edição por Russell Charles Hibbeler

Livro Resistência dos materiais 2º edição por Manoel Henrique Campos Botelho

[https://professor.pucgoias.edu.br/sitedocente/admin/arquivosUpload/14026/material/norma%20NBR7188\\_2013.pdf](https://professor.pucgoias.edu.br/sitedocente/admin/arquivosUpload/14026/material/norma%20NBR7188_2013.pdf)

<https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/14558/1/BETTAZZI%2C%20G.%20C..pdf>

[Cálculo de Tensão Máxima em Barras de Aço – COMPRACO Indústria e Construção](#)