

Revista Eletrônica



Volume 5 – Número 1 - 2025

Estudo de Vibrações em Sistemas de Exaustão Automotiva: Análise do Comportamento Acústico e Estrutural para Redução de Ruído

Aurélio José de Genaro Roma

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

aurelio.roma@aluno.ifsp.edu.br

Luís Gustavo de Deus Sperandio

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

deus.sperandio@aluno.ifsp.edu.br

Resumo

Este artigo apresenta um estudo abrangente das vibrações em sistemas de exaustão automotiva, com foco na análise harmônica, testes de bancada e modelagem de ressonância. O objetivo é compreender e mitigar os efeitos acústicos e estruturais indesejados provocados por vibrações em sistemas de escapamento, visando a redução do ruído e o aumento da durabilidade dos componentes. O estudo é fundamentado em simulações numéricas e experimentos práticos, possibilitando a identificação das principais frequências resonantes e suas amplitudes correspondentes.

Palavras-chave

Vibração, Sistema de Exaustão, Análise Harmônica, Ressonância, Acústica Automotiva.

Abstract

This article presents a comprehensive study of vibrations in automotive exhaust systems, focusing on harmonic analysis, bench testing, and resonance modeling. The objective is to understand and mitigate the undesirable acoustic and structural effects caused by vibrations in exhaust systems, aiming for noise reduction and increased component durability. The study is based on numerical simulations and practical experiments, enabling the identification of the main resonant frequencies and their corresponding amplitudes.

Keywords

Vibration, Exhaust System, Harmonic Analysis, Resonance, Automotive Acoustics.

1 – Introdução

Os sistemas de exaustão automotiva desempenham um papel multifuncional crítico, sendo essenciais tanto para a emissão de gases quanto para a atenuação sonora em veículos de combustão interna. Popularmente conhecido como escapamento, este conjunto é composto por tubos e câmaras dimensionados para conduzir os gases resultantes da queima do combustível para fora do motor e do veículo de forma segura e eficiente.

Além de sua função primária, o sistema é vital para o controle de emissões, utilizando o catalisador para transformar substâncias nocivas (como óxidos de nitrogênio, monóxido de carbono e hidrocarbonetos) em compostos menos poluentes (vapor de água, dióxido de carbono e nitrogênio), contribuindo significativamente para a conformidade ambiental e a eficiência do motor. Entretanto, devido às severas condições operacionais (altas temperaturas e pressões) e características geométricas, esses sistemas estão intrinsecamente sujeitos a vibrações estruturais e oscilações de pressão, que podem comprometer tanto a durabilidade da estrutura quanto o conforto acústico do veículo. O conjunto é composto sequencialmente pelo coletor de escape (conectado ao motor para reunir os gases dos cilindros), seguido pelo catalisador e pelos silenciosos (ou abafadores), que atuam diretamente na redução do ruído proveniente da explosão do motor. Componentes de monitoramento, como a sonda lambda (sensor de oxigênio), são estrategicamente posicionados, tipicamente antes do catalisador, para medir o teor de oxigênio e permitir que a unidade de injeção eletrônica ajuste a mistura ar-combustível otimizando a combustão.

Diante deste cenário, este trabalho tem por objetivo apresentar e validar uma metodologia de análise e controle das vibrações inerentes ao sistema de exaustão automotiva, com foco na identificação e mitigação de problemas de ressonância estrutural e acústica. A abordagem metodológica proposta se estrutura em duas frentes complementares de investigação:

Análise de Controle Passivo e Mitigação Local de Vibração: O pilar inicial consiste na Análise Modal via Elementos Finitos (FEA), ferramenta essencial para identificar as características de vibração da estrutura (frequências naturais e formas modais). Para a mitigação ativa de ruído e vibração, é explorada a aplicação e modelagem de um Absorvedor de Massa Sintonizado (AMS), também conhecido como Amortecedor Dinâmico, como uma solução de engenharia para o controle passivo de vibrações na estrutura de exaustão.

Diagnóstico Vibroacústico em Nível de Sistema (Estudo de Caso): Simultaneamente, o trabalho visa investigar as causas sistêmicas de ruído, com um estudo de caso dedicado ao fenômeno conhecido como *booming noise* (ruído de baixa frequência percebido no habitáculo). Para tal, é aplicada

a técnica de Análise dos Caminhos de Transferência de Energia (TPA), crucial para determinar a contribuição de cada fonte para o problema acústico geral do veículo.

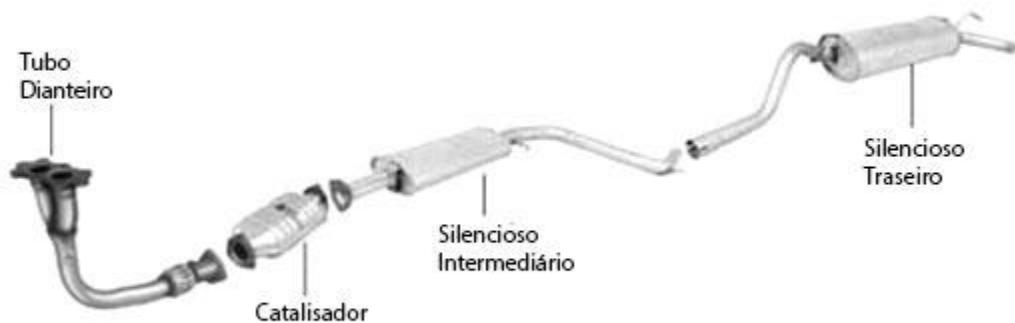


Figura 1 – Sistema de exaustão automotiva.

2.1 – Fundamentos Históricos

Para a devida contextualização da evolução tecnológica que impactou o desempenho vibracional e acústico dos veículos, é pertinente mencionar avanços históricos que contribuíram para o controle de ruídos e vibrações. Um marco relevante foi a descoberta da vulcanização da borracha natural por Charles Goodyear, em 1839. Este processo, que envolve aquecer a borracha misturada com enxofre, revolucionou as propriedades mecânicas do material, aprimorando significativamente sua durabilidade e resistência — fato que, apesar de Tomas Hancock ter desenvolvido um processo semelhante na Inglaterra um ano depois, teve sua comercialização anunciada por Goodyear em 1845. Outro avanço decisivo ocorreu com a invenção do pneu inflável.

Embora a autoria inicial seja atribuída a Robert William Thomson (patenteada na França em 1846 e nos EUA em 1847), foi John Boyd Dunlop, em 1887, quem o transformou em um produto comercial viável. A contribuição de Dunlop foi fundamental para o desenvolvimento de pneus mais duráveis e confortáveis, essenciais nos veículos modernos, pois essa inovação não apenas reduziu o ruído e a vibração de rodagem, mas também melhorou a segurança e a eficiência. Atualmente, os pneus são projetados com composições específicas (incluindo borracha, negro de fumo, aço, sílica e enxofre) e geometrias otimizadas para atender a demandas múltiplas, como alta velocidade (carros de corrida), ou resistência a grandes cargas (caminhões e aviões), evidenciando a importância contínua da engenharia de materiais na atenuação de vibrações.

2.2 – Fundamentos Teóricos da Vibroacústica

A análise vibracional em sistemas de exaustão automotiva é um campo intrinsecamente multidisciplinar, abrangendo a dinâmica estrutural, a acústica e os fenômenos de ressonância. Esses sistemas estão constantemente sujeitos a excitações periódicas complexas, originadas primariamente pelo funcionamento do motor e seus subsistemas. A correta compreensão da resposta dinâmica e a caracterização da propagação de vibração são cruciais para assegurar a durabilidade estrutural, o desempenho veicular e, sobretudo, o conforto acústico dos ocupantes.

A resposta de um sistema estrutural a excitações externas pode ser precisamente descrita por meio da análise harmônica, que quantifica as amplitudes e fases das vibrações em função da frequência de excitação. Dentro desse contexto, o fenômeno de ressonância representa o ponto de maior criticidade, ocorrendo quando a frequência de excitação coincide com uma das frequências naturais do sistema. Tal coincidência resulta em uma amplificação significativa da resposta vibracional, podendo levar à falha estrutural. A caracterização do comportamento acústico, por sua vez, é realizada pela análise de espectros sonoros e medições de nível de pressão sonora (NPS). Tais medições são fundamentais para identificar as condições críticas de operação e subsidiar estratégias eficazes de mitigação.

No campo da acústica veicular, um fenômeno recorrente e de grande relevância é o *booming noise*. Este é caracterizado como um ruído de baixa frequência (< 200 Hz), percebido no interior do veículo como um som grave e pulsante, frequentemente denominado "rombo" ou "presença motora" em regimes de rotação específicos (muitas vezes acima de 3600 rpm). Este é um fenômeno multifatorial, resultante do acoplamento vibroacústico entre diversos sistemas e subsistemas automotivos.

As principais fontes de excitação que contribuem para o *booming noise* incluem:

Vibrações Transmitidas Estruturalmente: Excitações do motor que, mesmo após serem atenuadas pelos coxins (suportes), são transmitidas para a carroceria do veículo.

Ruído Transmitido pelo Ar (Aéreo): Ruído gerado diretamente pelas forças de combustão e inércia no bloco do motor, que se propagam pelo ar.

Estas vibrações e ruídos interagem com a estrutura da carroceria, excitando painéis e componentes, o que efetivamente converte energia mecânica em pressão sonora no interior do habitáculo. O controle efetivo deste fenômeno exige, portanto, uma abordagem integrada para identificar a contribuição relativa de cada caminho de transmissão (estrutural ou aéreo) e compreender o comportamento dinâmico global do veículo. Dessa forma, evita-se que soluções de engenharia isoladas, aplicadas apenas a subsistemas, falhem em eliminar o problema acústico geral.

Os estudos experimentais em condições reais de operação veicular corroboram a correlação direta entre o nível de ruído e o nível de excitação imposto pelo motor. Em uma nova campanha de medição

realizada em asfalto liso por (Silva, 2011), focada na análise do *booming noise* sob diferentes níveis de torque, variados através de manobras de prova experimental em múltiplas marchas (2^a, 3^a, 4^a e 5^a), os resultados foram conclusivos.

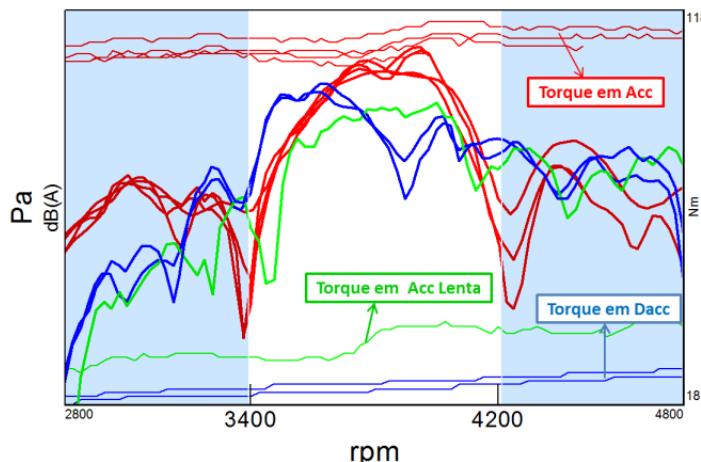


Figura 2 – Relação entre pressão x rpm: Fonte Silva (2011).

Observou-se que em manobras de torque mais baixo (ou na sua ausência, como durante a desaceleração veloz atuando-se apenas o freio motor), foram identificadas reduções significativas de até 8 dB(A) no nível de pressão sonora, calculados em RMS, na faixa de frequência problemática. Adicionalmente, para excitação média de torque (aceleração lenta), o *booming noise* persistiu, embora com menor amplitude. Mais notavelmente, para todas as manobras de alto torque (aceleração veloz), o fenômeno foi identificado de forma consistente, ocorrendo sempre para a mesma faixa de rotação e frequência (em análise de segunda ordem), e mantendo amplitude semelhante, independentemente da marcha engatada. Tais achados confirmam que a amplitude do *booming noise* está fortemente associada à excitação de torque, enquanto sua frequência crítica é inerente à rotação e ordem do motor, não sendo influenciada pela relação de transmissão.

2.3 – Formulações Teóricas Chave

2.3.1 - Análise Estrutural: Frequências Naturais e Modos de Vibração

A análise modal preliminar do sistema de exaustão é essencial para identificar as frequências naturais estruturais (ω_n). O objetivo de projeto é o desacoplamento, garantindo que (ω_n) não coincida com as frequências de excitação dominantes do motor, que são harmônicos da frequência de ignição. Utilizando um modelo de viga para os segmentos de tubo, a Equação (1) permite estimar (ω_n) em função das propriedades do material (E), geometria (I), constante que depende das condições de contorno (β),

massa por unidade de comprimento (μ (kg/m)) e comprimento (L), facilitando o ajuste da rigidez dos suportes e a localização dos pontos de fixação.

Para um trecho de tubo simplificado (viga bi-apoiada ou engastada, dependendo dos suportes), a frequência natural de vibração pode ser calculada por:

$$\omega_n = \beta^2 L^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \quad (1)$$

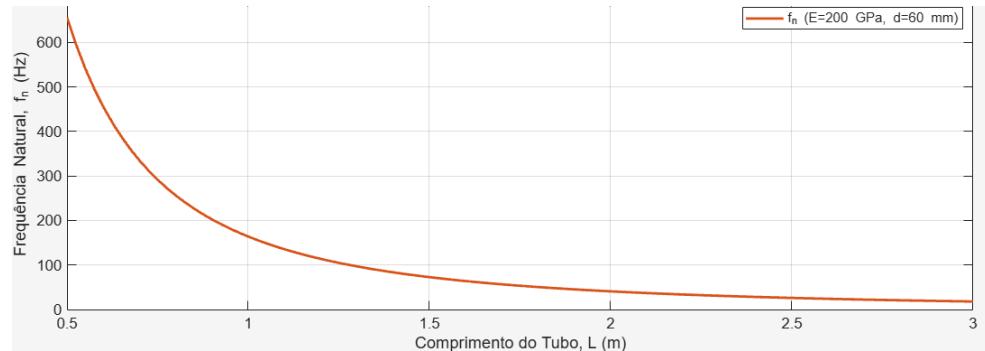


Figura 3 - Frequência Natural Estrutural (1º Modo) vs. Comprimento do Tubo.

2.3.2 - Análise Acústica: Ressonância Interna (Acústica)

O componente de ruído interno (proveniente da propagação da onda de pressão dos gases) é regido pela ressonância acústica longitudinal do duto. A Equação (2) define as frequências de ressonância (f_k) com base na velocidade do som (c) no gás quente e no comprimento do duto (L). No projeto, silenciadores e ressonadores são dimensionados para introduzir descontinuidades acústicas que filtram ou cancelam estas frequências críticas, em especial aquelas que coincidem com os principais harmônicos de ordem do motor. Para um tubo com ambas as extremidades abertas:

$$f_k = k \frac{c}{2L} \quad (2)$$

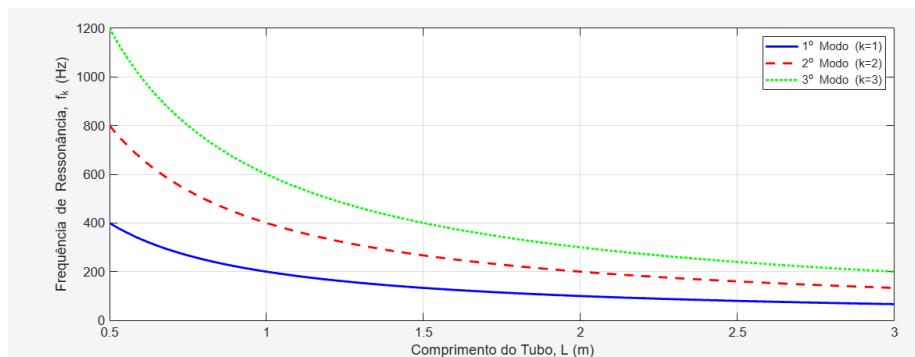


Figura 4 - Frequências de Ressonância Acústica vs. Comprimento do Tubo

3 – Metodologia de Análise e Modelagem

A metodologia empregada no presente estudo foi estruturada em três fases complementares, inspirando-se em abordagens consagradas na literatura (SILVA, 2011):

Testes de Bancada: Realização de ensaios experimentais em um sistema de exaustão automotivo real. Estes testes envolveram a utilização de acelerômetros para medição de vibração estrutural e microfones para captação da resposta acústica. Os testes foram realizados em bancada com fixações que simulam as condições rígidas de montagem veicular.

Simulações de Análise Harmônica (FEA): Utilização de *software* de Elementos Finitos (FEA) para a execução da análise harmônica. O objetivo desta etapa é determinar as frequências naturais e os respectivos modos de vibração do sistema.

Modelagem da Resposta: Modelagem da resposta estrutural em regime ressonante, com foco na identificação dos picos críticos de vibração e suas amplitudes.

3.1 - Fundamentos da Análise de Ruído e Vibração (TPA)

Para a correta interpretação das respostas obtidas através da metodologia de Análise dos Caminhos de Transferência de Energia (TPA – *Transfer Path Analysis*), é imprescindível revisar os princípios fundamentais de cálculo de ruído e vibração em sistemas dinâmicos automotivos.

Considerando um sistema com n graus de liberdade, representado pela interação de massas, molas e amortecedores, a análise das respostas vibracionais envolve a solução de equações de movimento que governam as frequências naturais e modos de vibração. Esse conhecimento é crucial para identificar as fontes dominantes de ruído e vibração e, consequentemente, desenvolver estratégias de mitigação eficazes (SILVA, 2011).

3.2 - Aplicação da Lei da Reciprocidade no TPA

A construção do TPA requer a combinação de dados de carregamentos operacionais, obtidos em pista, com Funções de Resposta em Frequência (FRFs) medidas em laboratório. A relação entre esses procedimentos pode ser estabelecida pela Lei da Reciprocidade, a qual, no contexto do sistema de entrada única e saída única (**SISO** – *Single Input Single Output*), é demonstrada como:

$$\left(\frac{a_2}{F_1} \right)^{OP} = \left(\frac{a_1}{F_2} \right)^{FRF} \quad (3)$$

Essa relação pode ser rearranjada para expressar a igualdade entre o produto da resposta operacional e a função de transferência, conforme a abordagem utilizada por Silva (2011):

$$a_2^{OP} \cdot F_2^{FRF} = a_1^{FRF} \cdot F_1^{OP} \quad (4)$$

Essa metodologia permite determinar forças desconhecidas no sistema, baseando-se em dados de aceleração e transferência conhecidos.

3.3 - O Método *Quick NPA / Fast TPA*

Quando os pontos de medição 1 e 2 são coincidentes, o cálculo da força pode ser simplificado utilizando a *Point Mobility* (Mobilidade no Ponto), resultando no método conhecido como “quick NPA” ou “Fast TPA” (SILVA, 2011). Este método simplificado, empregado no presente estudo de caso, é representado pela seguinte equação:

$$F_1^{OP} = \left(\frac{F_1}{a_1} \right)^{FRF} \cdot a_1^{OP} \quad (5)$$

O princípio pode ser generalizado para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (**MIMO** – *Multiple Input Multiple Output*), onde os índices i se referem às direções de análise (x, y, z), permitindo uma análise mais abrangente do sistema:

$$\sum_{i=1}^N F_i^{OP} \cdot a_i^{FRF} = \sum_{i=1}^N F_i^{FRF} \cdot a_i^{OP} \quad (6)$$

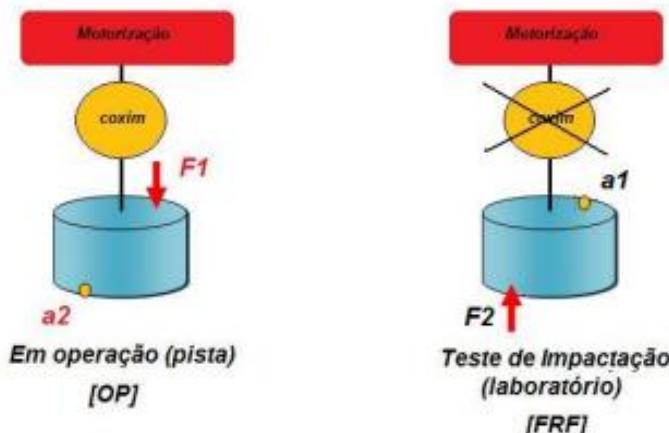


Figura 5 – Sistema SISO em condição de operação e medição de FRF Fonte: Silva (2011).

3.4 - Investigação do *Booming Noise*

Com base nesta estrutura metodológica, a investigação do fenômeno conhecido como *booming noise* (ruído de ressonância de baixa frequência) foi conduzida em duas etapas complementares, conforme a técnica empregada por Silva (2011): avaliação em estrada e avaliação em câmara acústica.

Avaliação em Estrada: Os ensaios foram realizados em vias públicas (mencionar as cidades citadas, se necessário, ou usar um termo mais genérico como "em ambiente veicular real"), visando reproduzir as condições reais de operação. Manobras como aceleração lenta, aceleração rápida e desaceleração rápida foram aplicadas em diferentes marchas. Estes ensaios permitiram Silva (2011) determinar a faixa de frequência, a ordem, a rotação crítica e a manobra mais suscetível ao fenômeno.

Avaliação em Câmara Acústica: Os testes foram replicados em um laboratório de acústica e vibrações, utilizando uma câmara acústica isolada equipada com dinamômetro de rolo. Esta configuração possibilitou um controle rigoroso sobre as variáveis ambientais (como ruídos aleatórios e vento), eliminando interferências externas.

Para fins da caracterização deste estudo, o *booming noise* foi definido pela identificação de uma elevação brusca da amplitude de pressão sonora, medida em decibéis (escala logarítmica), dentro de um intervalo específico de rotação do motor, uma abordagem considerada suficiente para avaliar desvios em relação aos objetivos vibroacústicos de projeto (SILVA, 2011).

4 – Análise de Sinais, Relações Entrada/Saída de Sistemas Lineares

Nesta análise realizaremos um estudo aos sistemas mecânicos lineares, fisicamente realizáveis e invariante no tempo que podem ser representados por uma equação diferencial linear e parâmetros constantes. Primeiramente, adotamos um $x(t)$ entrada e um $y(t)$ saída pela integral de duhamelse a resposta de um Sistema linear a distribuição $\delta(t)$ é uma função de $h(t)$. Por conseguinte, a entrada $x(t)$ pode ser escrita como a soma de entradas elementares.

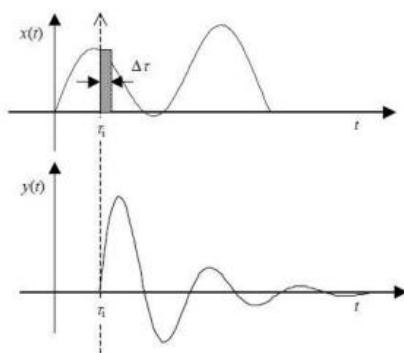


Figura 6 - Sinal de entrada indicando uma das entradas e respectiva resposta. Fonte: Silva (2011).

Como $\Delta\tau$ é muito pequeno pode-se escrever:

$$x(t) = \sum_{\{i=1\}}^N x_i(t) = \sum_{\{i=1\}}^N x_i(\tau_i) \Delta\tau, \delta(t - \tau_i) \quad (7)$$

Desta forma, percebe-se que o sistema é linear, então pelo princípio da superposição, temos que a resposta será:

$$y(t) = i = \sum_{i=1}^N y_i(t) = i = \sum_{i=1}^N x_i(\tau_i) h(t - \tau_i) \Delta\tau \quad (8)$$

Fazendo $\Delta\tau \rightarrow d\tau$:

$$y(t) = \int_0^t x_i(\tau_i) \cdot h(t - \tau_i) \cdot d\tau \quad (9)$$

Em muitos casos adotamos a entrada $x(t)$ só para termos positivos, ou seja:

$$x(t) = 0 \quad \text{para} \quad t < 0 \quad (10)$$

Deste modo, como o sistema é causal, a saída $y(t)$ não poderá depender das entradas futuras $x(\tau > t)$, ou seja:

$$h(t) = 0 \quad \text{para} \quad t < 0 \quad (11)$$

Onde a integral da Equação (11) resulta em:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (12)$$

A Equação (12) é a integral de Duhamel, que mostra a resposta de um sistema linear causal a uma entrada qualquer, portanto devido as equações (10) e (11), as equações (9) e (12) expressam o mesmo resultado.

Da definição da transformada de Fourier para o teorema da energia, pode-se escrever a Equação (13):

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) g(-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) G(f) df \quad (13)$$

Dessa forma, tem-se que a Equação (12) expressa a convolução de $x(t)$ com $h(t)$, ou seja, a resposta de um sistema linear a qualquer excitação é a convolução do sinal de entrada com a função resposta ao impulso unitário.

Do teorema da convolução, chega-se à Equação (14):

$$H^*(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(t) \cdot e^{i2\pi f t} \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} g(-t) \cdot e^{i2\pi f t} \cdot dt \quad (14)$$

Temos que, fazendo a transformada de Fourier da Equação (12), chega-se em:

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f) \quad (15)$$

Onde:

$$X(f) \xleftrightarrow{f} x(t) \quad (16)$$

$$Y(f) \xleftrightarrow{f} y(t) \quad (17)$$

$$H(f) \xleftrightarrow{f} h(t) \quad (18)$$

Entretanto, este resultado pode-se obter por um outro caminho mais rigoroso. A resposta de um sistema linear a entrada $e^{i2\pi f t}$ é uma função de f e t .

$$y(t, f) = L[e^{i2\pi f t}] \quad (19)$$

Pela invariância com o tempo:

$$y(t + \tau, f) = L[e^{i2\pi f(t+\tau)}] \quad (20)$$

Para qualquer τ . Devido a linearidade:

$$L[e^{i2\pi f t} \cdot e^{i2\pi f \tau}] = e^{i2\pi f \tau} L[e^{i2\pi f t}] = e^{i2\pi f \tau} \cdot y(t, f) \quad (21)$$

Onde:

$$y(t + \tau, f) = e^{i2\pi f \tau} \cdot y(t, f) \quad (22)$$

Fazendo $t = 0$:

$$y(\tau, f) = e^{i2\pi f \tau} \cdot y(0, f) \quad (23)$$

Como a Equação (23) é válida para qualquer τ e $y(0f)$, representa uma função apenas de f e adotamos $H(f) = y(0f)$:

$$y(t, f) = H(f) \cdot e^{i2\pi ft} \quad (24)$$

Ou seja, a resposta a uma exponencial complexa é também uma exponencial complexa. Portanto da transformada de Fourier inversa podemos escrever:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{i2\pi ft} df \quad (25)$$

E como resposta a $e^{2i\pi ft}$ é $H(f) e^{2i\pi ft}$ temos, pelo princípio da superposição:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot H(f) \cdot e^{i2\pi ft} df \quad (26)$$

Fazendo a transformada da Equação (26), temos:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(\xi) \cdot H(\xi) \cdot e^{i2\pi\xi t} d\xi \right] e^{-i2\pi ft} dt \quad (27)$$

Dessa forma:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\xi) \cdot H(\xi) \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi\xi t} \cdot e^{-i2\pi ft} dt \right] d\xi \quad (28)$$

Das propriedades associadas à transformada de Fourier descritas, tem-se que:

$$x(t) * h(t) \xrightarrow{F} X(f) H(f) \quad (29)$$

$$x(t) \cdot h(t) \xrightarrow{F} X(f) * H(f) \quad (30)$$

Temos que o termo no colchete vale $\delta(f - \xi)$ donde:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\xi) \cdot H(\xi) \cdot \delta(f - \xi) d\xi \quad (31)$$

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f) \quad (32)$$

5 - Eficiências dos Caminhos na Absorção de Energia

Os sistemas de exaustão automotiva são tipicamente estruturas longas e flexíveis, suspensas por coxins de borracha, que operam sob alta temperatura e excitação cíclica. As principais fontes de vibração e ruído são:

Vibração Estrutural: Forças de inércia e pulsação de torque do motor, gerando vibrações que se propagam pelo *manifold* até o sistema de exaustão. As frequências críticas estão geralmente relacionadas às ordens do motor (e.g., 1.5 x ou 2 x a rotação do motor).

Ruído de Exaustão (Acústico): Pulsações de pressão de gás que geram ondas sonoras, controladas primariamente pelo silenciador. No entanto, a vibração excessiva das paredes do tubo ou do silenciador pode levar a um significativo ruído irradiado (vibroacústica).

O AMS, neste contexto, é empregado para atacar picos de ressonância estrutural específicos (modos de flexão do tubo ou do silenciador) que amplificam a vibração e, consequentemente, o ruído irradiado em faixas de RPM críticas.

5.1 - Otimização dos Parâmetros do AMS (Foco em NVH)

Em sistemas veiculares, como o de exaustão, os parâmetros do AMS devem ser projetados para a frequência de ressonância estrutural que maximiza o Ruído, Vibração e Aspereza (NVH). Como o amortecimento inerente do sistema principal (C) em aplicações automotivas geralmente não é desprezível, a otimização ideal requer métodos avançados. Contudo, para esta abordagem (*design conceitual*), utilizaremos as relações clássicas de Den Hartog (válidas para $C \approx 0$).

Razão de Massa (μ):

Definição: Relação entre a massa do absorvedor (m_a) e a massa principal (M):

$$\mu = \frac{m_a}{M} \quad (33)$$

No contexto automotivo é tipicamente muito pequena (ex.: 0,01 a 0,05) devido a restrições de espaço e peso no veículo.

Razão de Frequência Ótima (λ_{opt}):

Definição: Relação entre a frequência natural do AMS (ω_a) e a frequência natural crítica da estrutura principal (ω).

Fórmula (Den Hartog):

$$\lambda_{opt} = \frac{\omega_a}{\omega} = \frac{1}{1+\mu} \quad (34)$$

Razão de Amortecimento Ótima do AMS ($\zeta_{a,opt}$):

Definição: Razão de amortecimento para o elemento c_a do AMS.

Fórmula (Den Hartog):

$$\zeta_{a,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (35)$$

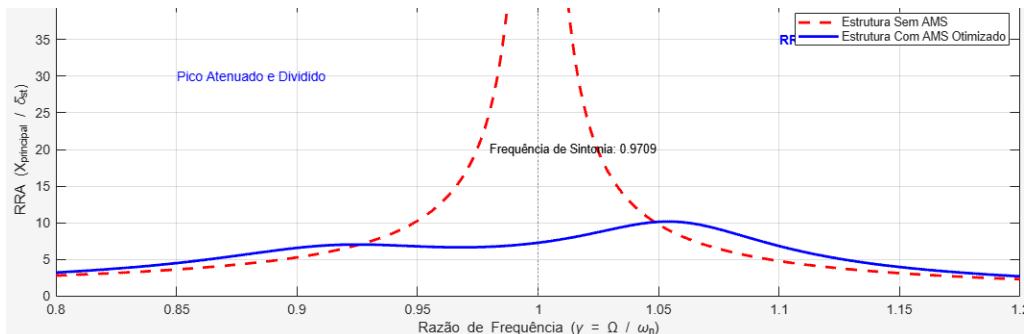


Figura 7- RRA do Exaustão: Efeito do AMS com $\mu = 3\%$

É notório que o movimento do sistema de dois Graus de Liberdade (Estrutura Principal e Absorvedor de Massa Sintonizado) é descrito pela Equação Diferencial do Movimento em forma matricial:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad (36)$$

onde:

x é o vetor de deslocamento:

$$x = \begin{cases} x & (\text{deslocamento principal}) \\ x_a & (\text{deslocamento do AMS}) \end{cases}$$

M, C, K são as matrizes de Massa, Amortecimento e Rigidez do sistema acoplado:

Massa (m): $\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix}$ onde M é a massa principal (estrutura da exaustão); m_a é a massa do Absorvedor de Massa Sintonizado (AMS).

Amortecimento (C): $\begin{bmatrix} C + c_a & -c_a \\ -c_a & -c_a \end{bmatrix}$ onde C é o amortecimento inerente da estrutura principal; c_a é o amortecimento do AMS.

Rigidez K: $\begin{bmatrix} K + k_a & -k_a \\ -k_a & -k_a \end{bmatrix}$ onde K é a rigidez principal; k_a é a rigidez do elemento elástico (mola) do AMS.

Para resolvermos essa equação diferencial tomemos a solução da equação completa, $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$, para que a força de excitação $F(t)$ for harmônica (senoidal ou cossenoidal), ou seja, $F(t) = F_0 e^{i\omega t}$, a solução de interesse para regime permanente ($x_p(t)$) será também harmônica na mesma frequência, $x_p(t) = X e^{i\omega t}$, dessa forma substitui-se a solução particular na equação diferencial, transformando o problema diferencial em um problema algébrico para encontrar o vetor de amplitudes complexas X.

$$X = (-\omega^2 M + i\omega C + K)^{-1} F_0 \quad (37)$$

O termo entre parênteses é a matriz de impedância mecânica do sistema. A solução X fornece a amplitude e a fase de deslocamento de cada massa.

Agora para descobrirmos a função $x_h(t)$ faremos $F(t) = 0$, dessa forma procuramos uma solução que, após ser diferenciada, mantenha sua forma original, de modo que a substituição na equação diferencial gere uma equação algébrica.

Então temos que:

$$x(t) = v e^{\lambda t} \quad (38)$$

Onde λ (Autovalor ou Raiz Característica) é uma constante (que será um número complexo) que representa a frequência e a taxa de decaimento do movimento e v (Vetor Próprio ou Modo de Vibração) é um vetor coluna de constantes que representa a forma (ou proporção de amplitudes) com que o sistema se move.

Deste modo calculamos as derivadas da função $x(t)$:

$$x(t) = v e^{\lambda t} \quad (39)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{d}{dt}(v e^{\lambda t}) = v(\lambda e^{\lambda t}) = \lambda v e^{\lambda t} \quad (40)$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{d}{dt}(\lambda v e^{\lambda t}) = v\lambda(\lambda e^{\lambda t}) = \lambda^2 v e^{\lambda t} \quad (41)$$

Agora, substituímos x , \dot{x} e \ddot{x} na equação de vibração livre:

$$M(\lambda^2 v e^{\lambda t}) + C(\lambda v e^{\lambda t}) + K(v e^{\lambda t}) = 0 \quad (42)$$

Fatorando os termos comuns temos:

$$(\lambda^2 M v + \lambda C v + K v) e^{\lambda t} = 0 \quad (43)$$

Como $e^{\lambda t}$ nunca é zero e estamos procurando uma solução de movimento $v \neq 0$, a expressão entre parênteses deve ser zero:

$$(\lambda^2 M + \lambda C + K)v = 0 \quad (44)$$

Esta é a equação característica do sistema. É um problema de autovalores generalizado de segunda ordem. Para que exista uma solução v não trivial $v \neq 0$, o determinante da matriz entre parênteses deve ser zero:

$$\det(\lambda^2 M + \lambda C + K) = 0 \quad (45)$$

Como M , C e K são matrizes 2×2 , o cálculo do determinante resulta em um polinômio de grau 4 em λ (o chamado polinômio característico). Este polinômio terá quatro raízes complexas $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$.

Se as matrizes são reais, as raízes λ vêm em pares conjugados:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta_1 \omega_{n1} \pm i \omega_{d1} \quad (46)$$

$$\lambda_{3,4} = -\zeta_2 \omega_{n2} \pm i \omega_{d2} \quad (47)$$

A parte imaginária (ω_d) está diretamente relacionada à frequência de vibração amortecida a parte real ($\zeta \omega_n$) representa a taxa de decaimento do movimento, determinada pela razão de amortecimento (ζ).

Por fim temos, a solução final da vibração livre é a soma das quatro soluções exponenciais:

$$x_h(t) = c_1 v_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 v_2 e^{\lambda_2 t} + c_3 v_3 e^{\lambda_3 t} + c_4 v_4 e^{\lambda_4 t} \quad (48)$$

Dessa maneira, este é o método mais comum e aplicável ao estudo de Absorvedores de Massa Sintonizado (AMS).

6 – Conclusões

6.1 - Conclusões sobre a Análise de Vibrações e Mitigação na Exaustão

A análise das vibrações em sistemas de exaustão automotiva permitiu identificar regiões e frequências críticas que contribuem para a geração de ruído e possíveis falhas estruturais. A utilização de análise harmônica e modelagem de ressonância mostrou-se eficiente na predição do comportamento vibracional. Modificações estruturais simples possibilitaram a atenuação significativa dos níveis de vibração e ruído, demonstrando a aplicabilidade da metodologia empregada.

6.2 - Conclusões sobre a Investigação do Booming Noise e Análise dos Caminhos de Transferência (TPA)

Complementando este contexto, o presente trabalho investigou metodologias para definição de objetivos de desempenho vibro acústico em veículos, utilizando como estudo de caso o fenômeno conhecido como *booming noise*. Para isso, foram determinadas as funções de resposta em frequência (FRFs) do veículo e comparados métodos de medição direto e recíproco, visando a melhor reconstrução do ruído por meio da técnica de Transfer Path Analysis (TPA). A análise dos caminhos de transmissão permitiu identificar as principais fontes geradoras do ruído interno, quantificando a contribuição das transmissões estrutural e por área para o fenômeno.

Os conceitos físicos relacionados ao *booming noise* foram validados experimentalmente em veículos equipados com motores de 4 cilindros, na faixa de rotação entre 3600 e 4200 rpm. Evidenciou-se que a causa raiz do problema reside na combinação de alta excitação transmitida pelo coxim do motor na direção Z do lado direito com um caminho estrutural sensível até a posição do motorista, que se acopla aos modos acústicos do habitáculo veicular.

Destaca-se, portanto, a importância da aplicação precoce da análise de caminhos de transmissão já na fase de desenvolvimento do veículo, de modo a antecipar e mitigar problemas vibro acústicos. Adicionalmente, o estudo propõe a identificação sistemática dos fatores de sensibilidade estrutural e dos caminhos de propagação do ruído, justificando o investimento em análises detalhadas que evitam retrabalhos e alterações dispendiosas no processo produtivo. O conhecimento das fragilidades estruturais

contribui também para o aprimoramento dos diagnósticos de NVH (Noise, Vibration and Harshness). Como continuidade, sugere-se o projeto do coxim do motor, visando atender a requisitos industriais de durabilidade e resistência em condições severas de operação, integrando-se ao desenvolvimento veicular como uma solução prática e eficaz para o *booming noise*.

7 – Considerações Finais

7.1 - Contribuições da Metodologia e Análise de Vibrações na Exaustão

O estudo demonstrou que a integração entre testes experimentais e simulações numéricas é uma abordagem eficaz para a análise de vibrações em sistemas de exaustão. A metodologia proposta tem potencial para ser aplicada a outros componentes automotivos sujeitos a excitações periódicas.

7.2 - Relevância da Análise de Caminhos de Transmissão (TPA) e NVH

O trabalho ressaltou a importância da aplicação da análise de caminhos de transmissão (TPA) já nas primeiras etapas do desenvolvimento de veículos, o que pode ajudar a prever e mitigar problemas de vibroacústica. O estudo também destaca que a identificação sistemática dos fatores de sensibilidade estrutural e dos caminhos de propagação do ruído justifica o investimento em análises detalhadas, pois isso evita retrabalhos e alterações caras no processo de produção.

7.3 - Sugestões para Trabalhos Futuros

Em relação a investigações futuras, a pesquisa pretende expandir os testes para incluir condições dinâmicas em pista e considerar diferentes configurações de suportes e materiais isolantes. Por fim, uma sugestão para pesquisas futuras é o aprimoramento do design do coxim do motor, de forma que ele atenda aos requisitos de durabilidade e resistência sob condições de operação severas, o que seria uma solução prática e eficaz para o problema do *booming noise*.

8 – Referências

- Meirovitch, L. Fundamentals of Vibrations. McGraw-Hill, 2001.
- Rao, S. S. Mechanical Vibrations. Pearson, 6^a ed., 2017.
- Norton, M. P. Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers. Cambridge University Press, 2003.
- Bathe, K. J. Finite Element Procedures. Prentice Hall, 1996.
- Heywood, J. B. Internal Combustion Engine Fundamentals. McGraw-Hill, 1988.

SILVA, César Helou Teodoro da. *Estudo do ruído de rodagem estrutural através da análise dos caminhos de transferência de energia - TPA.* 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

DELFIM, Arthur Ferreira Rezende. Desenvolvimento de metodologia integrada para definição de objetivos de desempenho vibro-acústicos a partir do estudo de caso de *Booming Noise*. 2018. 136 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica – Área de concentração: Projetos Mecânicos) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.