

*Revista Eletrônica*



*Volume 5 – Número 1 - 2025*

# **Análise de Tensões em Pás de Turbinas Aeronáuticas: Verificação de Esforços Devido à Rotação e Variações Térmicas**

**Heitor De La Cruz Lui**  
**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**  
[heitor.lui@aluno.ifsp.edu.br](mailto:heitor.lui@aluno.ifsp.edu.br)

## **Resumo**

Este artigo apresenta uma análise detalhada dos esforços mecânicos atuantes em pás de turbinas aeronáuticas, com foco nas tensões induzidas pela rotação em alta velocidade e pelas severas variações térmicas presentes no ambiente de operação. A metodologia fundamenta-se nos princípios da Resistência dos Materiais, abordando a modelagem analítica das tensões centrífugas e térmicas, bem como a sua superposição para determinação do estado de tensão resultante. São discutidos os critérios de falha aplicáveis a materiais metálicos e compósitos de alta performance, como as superligas de níquel. O objetivo é fornecer uma visão clara e aplicada dos conceitos teóricos, demonstrando sua relevância para o projeto de componentes críticos em sistemas de propulsão aeronáutica, área de grande interesse para engenheiros de controle e automação envolvidos com sistemas mecânicos de alta confiabilidade.

## **Palavras-chave**

Análise de Tensões, Pás de Turbina, Tensão Centrífuga, Tensão Térmica, Resistência dos Materiais, Turbinas Aeronáuticas, Superligas de Níquel.

## **Abstract**

This paper presents a detailed analysis of the mechanical stresses acting on aeronautical turbine blades, focusing on the stresses induced by high-speed rotation and the severe thermal variations present in the operating environment. The methodology is based on the principles of Strength of Materials, addressing the analytical modeling of centrifugal and thermal stresses, as well as their superposition to determine the resulting stress state. The failure criteria applicable to high-performance metallic and composite materials, such as nickel superalloys, are discussed. The objective is to provide a clear and applied view of the theoretical concepts, demonstrating their relevance for the design of critical components in aeronautical propulsion systems, an area of great interest for control and automation engineers involved with high-reliability mechanical systems.



## Keywords

Stress Analysis, Turbine Blades, Centrifugal Stress, Thermal Stress, Strength of Materials, Aeronautical Turbines, Nickel Superalloys.

## 1 - Introdução

As turbinas aeronáuticas representam um dos sistemas de propulsão mais complexos e criticamente exigidos da engenharia moderna. No coração dessas máquinas, encontram-se os rotores de alta pressão, compostos por discos nos quais são fixadas as pás. Essas pás são componentes fundamentais, responsáveis por extrair energia dos gases de combustão em alta temperatura e pressão, convertendo-a em trabalho mecânico para acionar o compressor e o fan, ou em energia cinética para produção de empuxo. Durante a operação, as pás de turbina estão sujeitas a condições ambientais extremamente severas. Dois fatores principais contribuem para o estado de tensão nestes componentes: as forças de inércia devido à rotação em altíssima velocidade (que podem exceder 10.000 RPM) e os gradientes térmicos resultantes da exposição direta aos gases de combustão, que podem alcançar temperaturas superiores ao ponto de fusão do material da pá, exigindo sofisticados sistemas de resfriamento interno.



Figura 1 – Danos por Fadiga em Componente de Turbina.

A importância deste estudo reside no fato de que falhas em pás de turbina podem levar a consequências catastróficas, incluindo a perda total do motor e risco à aeronave. Para um engenheiro de controle e automação, compreender o comportamento mecânico desses componentes é essencial para o projeto de sistemas de controle e monitoramento de integridade estrutural (Health Monitoring) para motores, que dependem intimamente do conhecimento dos esforços atuantes. Este artigo visa, portanto,

aplicar os fundamentos da Resistência dos Materiais para analisar quantitativamente as tensões resultantes da combinação dos carregamentos mecânicos e térmicos em uma pá de turbina aeronáutica. Será apresentada uma metodologia analítica detalhada, complementada por uma aplicação numérica abrangente, discutindo-se os resultados à luz dos critérios de segurança estruturais aplicáveis.

## **2 - Revisão Bibliográfica**

### **2.1 - Materiais para Pás de Turbina**

O desenvolvimento de materiais para pás de turbina acompanhou a evolução da tecnologia aeronáutica. Inicialmente, utilizavam-se aços inoxidáveis, mas com o aumento das temperaturas de operação, as superligas de níquel tornaram-se padrão na indústria. Segundo Boyer (2004), as superligas de níquel, como as séries Inconel e Waspaloy, oferecem excelente resistência mecânica em altas temperaturas, boa resistência à oxidação e à corrosão sob tensão. Mais recentemente, as ligas de titânio têm sido utilizadas em estágios de baixa temperatura, enquanto os compósitos de matriz cerâmica (CMCs) emergem como alternativa para estágios de alta temperatura, permitindo operação a temperaturas ainda mais elevadas com menor necessidade de resfriamento (Matthews, 2006).

### **2.2 - Análise de Tensões em Componentes Rotativos**

A análise de tensões em componentes rotativos remonta aos trabalhos fundamentais de Timoshenko (1955) sobre vibrações em sistemas mecânicos. Para pás de turbina, a abordagem clássica considera a pá como uma viga em balanço sujeita a carregamento centrífugo distribuído. Megson (2016) apresenta formulações detalhadas para o cálculo de tensões em pás de perfil variável, considerando efeitos de concentração de tensões na raiz. A importância dos efeitos dinâmicos, como vibrações induzidas pelo fluxo (flutter), também é destacada na literatura especializada, sendo estes aspectos críticos para o projeto de pás seguras e confiáveis.

### **2.3 - Tensões Térmicas em Estruturas Aeronáuticas**

As tensões térmicas em estruturas aeronáuticas foram extensivamente estudadas devido à sua relevância em aplicações hipersônicas e em motores a jato. Ugural (2008) fornece as bases teóricas para o cálculo de tensões térmicas em placas e cascas, enquanto manuais especializados como o "Jet Engine" da Rolls-Royce (2005) apresentam aplicações práticas específicas para componentes de turbinas. A complexidade da análise térmica em pás de turbina aumenta consideravelmente quando se consideram os sistemas internos de resfriamento, que criam gradientes térmicos tridimensionais complexos.

## **3 - Fundamentação Teórica**

### 3.1 - Mecânica dos Sólidos Deformáveis

A análise de tensões em pás de turbina fundamenta-se na teoria da elasticidade linear, que assume:

Material homogêneo, isotrópico e de comportamento linear elástico

Pequenas deformações e deslocamentos

Validade da Lei de Hooke generalizada

O tensor de tensões para um ponto material é dado por:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Para a análise simplificada de pás, frequentemente consideramos um estado plano de tensões.

### 3.2 - Tensões devido à Rotação (Tensões Centrífugas)

Quando um corpo gira em torno de um eixo fixo, cada partícula do material experimenta uma aceleração centrípeta dirigida para o centro de rotação. Em um componente rotativo, como uma pá de turbina, essa força de inércia distribui-se por todo o volume do material, gerando tensões internas conhecidas como tensões centrífugas. Para uma barra rotativa de área de seção transversal  $A$  e massa específica  $\rho$ , girando com velocidade angular  $\omega$  em torno de uma extremidade fixa, a força centrífuga em um elemento de comprimento  $dr$  localizado a uma distância  $r$  do centro de rotação é dada por:

$$dF_c = (\rho A dr) \omega^2 r \quad (2)$$

A tensão  $\sigma_c(r)$  em uma seção transversal localizada à distância  $r$  da raiz é obtida considerando o equilíbrio de forças. A força resultante centrífuga atuando na parte da barra de  $r$  até a ponta ( $R$ ) deve ser equilibrada pela força interna na seção em  $r$ :

$$\sigma_c(r)A = \int_r^R \rho A \omega^2 r' dr' \quad (3)$$

Assumindo área  $A$  constante para simplificação, a integração resulta em:

$$\sigma_c(r) = 2\rho\omega^2(R^2 - r^2) \quad (4)$$

Observa-se que a tensão centrífuga é máxima na raiz da pá ( $r = 0$ ) e zero na ponta ( $r = R$ ):

$$\sigma_{c,max} = 2\rho\omega^2 R^2 \quad (5)$$

Esta equação evidencia a dependência crítica da tensão com o quadrado da velocidade angular ( $\omega^2$ ) e com o quadrado do raio ( $R^2$ ), explicando por que limites de rotação são tão rigorosos em turbinas.

### 3.3 - Tensões devido a Gradientes Térmicos

Quando um componente está sujeito a uma distribuição não uniforme de temperatura, diferentes partes do material tentam expandir-se ou contrair-se de maneira diferente. Se o componente estiver livre para se deformar, não surgirão tensões. No entanto, se os gradientes de temperatura induzirem deformações que são geometricamente restringidas (restrições externas ou mesmo a própria compatibilidade interna do material), surgem as chamadas tensões térmicas.

A deformação térmica livre em um material isotrópico, para uma variação de temperatura  $\Delta T$ , é dada por:

$$\epsilon_{th} = \alpha \Delta T \quad (6)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de expansão térmica do material. Se esta deformação for totalmente impedida, uma tensão térmica se desenvolverá. Pela Lei de Hooke uniaxial:

$$\sigma_{th} = E \epsilon_{th} = E \alpha \Delta T \quad (7)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade (Young) do material. Em cenários mais complexos, como um gradiente de temperatura ao longo do perfil de uma pá ( $\Delta T(y)$ ), onde  $y$  é a coordenada ao longo da espessura), a análise torna-se mais elaborada. A diferença de temperatura entre o bordo de ataque (mais quente) e o bordo de fuga (mais frio) gera um momento fletor térmico.

## 4 - Metodologia para Análise de Tensões em uma Pá de Turbina

### 4.1 - Definição do Problema e Hipóteses Simplificadoras

Considere uma pá de turbina com as seguintes características geométricas e operacionais, baseadas em valores típicos da literatura:

**Geometria da Pá:** Modelada como uma viga em balanço de seção transversal constante (área  $A$ ), comprimento  $L$  (raio efetivo) e massa específica  $\rho$ .

**Material:** Superliga de níquel (ex: Inconel 718). Suas propriedades são listadas na Tabela 1.

**Condições Operacionais:** Velocidade angular  $\omega$  constante. Perfil de temperatura assumido como linear ao longo da espessura da pá, com o bordo de ataque ( $y = +t/2$ ) a uma temperatura  $T_{BA}$  e o bordo de fuga ( $y = -t/2$ ) a  $T_{BF}$ , sendo  $T_{BA} > T_{BF}$ .

Hipóteses adotadas para simplificação do modelo:

Comportamento do material: linear elástico, isotrópico e homogêneo.

Pequenas deformações e deslocamentos.

A área da seção transversal da pá é constante ao longo do comprimento.

As tensões de flexão devidas ao escoamento do fluido são desprezadas nesta análise inicial.

O acoplamento termo-mecânico (variação das propriedades do material com a temperatura) não é considerado em primeira aproximação.

Tabela 1: Propriedades do Material (Superliga de Níquel - Inconel 718 aproximado).

Propriedade	Valor a 20°C	Valor a 800°C
Massa Específica, $\rho$	8190 kg/m <sup>3</sup>	8190 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Elasticidade, $E$	200 GPa	150 GPa
Coefficiente de Poisson, $\nu$	0,29	0,31
Coefficiente de Expansão Térmica, $\alpha$	$13 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	$15 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
Limite de Escoamento ( $\epsilon = 0.2\%$ ), $\sigma_{ys}$	1100 MPa	700 MPa
Limite de Ruptura, $\sigma_{uts}$	1350 MPa	900 MPa
Temperatura Máxima de Operação Contínua	650°C	

#### 4.2 - Modelagem Geométrica da Pá

A pá é modelada como uma viga de seção retangular constante, com comprimento  $L = 0,15$  m, largura  $b = 0,032$  m e espessura  $t = 0,025$  m.

A área da seção transversal é:

$$A = b \times t = 0,032 \times 0,025 = 8,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

O momento de inércia em relação ao eixo horizontal (flexão no plano do perfil) é:

$$I = \frac{bt^3}{12} = \frac{0,0032 \times (0,025)^3}{12} = 4,17 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

#### 4.3 - Cálculo das Tensões Centrífugas

Utilizando a Eq. (4) e os parâmetros da Tabela 2, a tensão centrífuga ao longo do comprimento da pá é calculada. A tensão máxima ocorre na raiz ( $r = 0$ ).

$$\sigma_{c, max} = \frac{\rho \omega^2 L^2}{2} \quad (8)$$

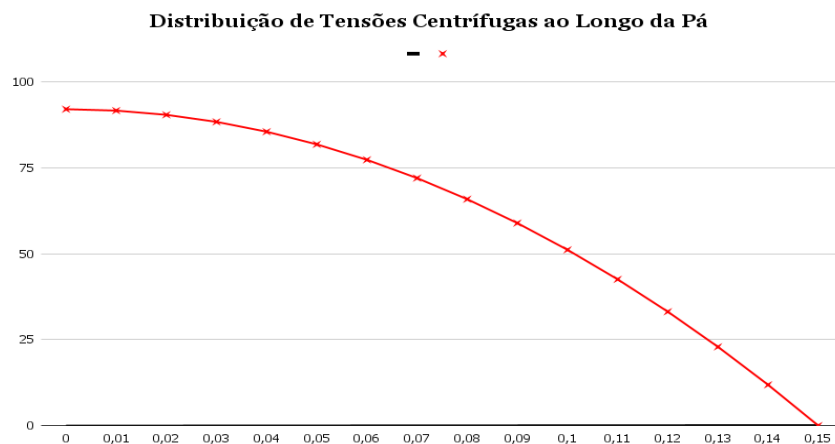


Figura 2 – Distribuição de Tensões Centrífugas ao Longo da Pá.

A distribuição de tensões ao longo do comprimento da pá segue uma parábola, conforme ilustrado na Figura 2.



#### 4.4 - Cálculo das Tensões Térmicas

Assume-se um gradiente linear de temperatura na direção da espessura ( $y$ ):

$$T(y) = T_{mdio} + (\Delta T/t)_y \quad (9)$$

onde  $T_{mdio} = (TBA + TBF)/2$  and  $\Delta T = TBA - TBF$ . A pá está livre na ponta, mas a fixação na raiz e a própria geometria impedem a livre expansão, gerando tensões. Utilizando a formulação para viga, a expressão se simplifica. A tensão térmica máxima devido ao gradiente ocorre nos bordos ( $y = \pm t/2$ ) e é aproximadamente:

$$\sigma_{th,max} \approx \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\nu)} \quad (10)$$

Esta é uma tensão de flexão térmica. Além disso, se houver uma diferença de temperatura média entre a pá e o disco (restrição axial), uma tensão térmica axial adicional surgiria. Para este modelo, focaremos no gradiente transversal.

#### 4.5 - Combinação de Tensões e Critério de Falha

A tensão total máxima na raiz, no bordo de ataque (ponto mais quente e tracionado pela flexão térmica), será:

$$\sigma_{total,max} = \sigma_{c,max} + \sigma_{th,max} \quad (11)$$

Para verificar a integridade, utiliza-se o critério de von Mises. Para o estado uniaxial de tensões predominante (tensão axial ao longo da pá é dominante), o critério se reduz a:

$$\sigma_{total,max} \leq N\sigma_{ys} \quad (12)$$

onde  $\sigma_{ys}$  é o limite de escoamento do material na temperatura de operação e  $N > 1$  é um fator de segurança.

### 5 - Aplicação Numérica e Resultados

#### 5.1 - Parâmetros de Cálculo

Os cálculos foram realizados com base nos parâmetros listados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros Geométricos e Operacionais da Pá.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Comprimento da Pá	L	0,15 m
Largura da Seção	b	0,032 m
Espessura da Seção	t	0,025 m
Área da Seção Transversal	A	$8,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Massa Específica	$\rho$	8190 kg/m <sup>3</sup>
Velocidade Angular	$\omega$	1000 rad/s (~9550 RPM)
Frequência Rotacional	N	9550 RPM
Temperatura no Bordo de Ataque	TBA	900°C
Temperatura no Bordo de Fuga	TBF	700°C
Gradiente de Temperatura	$\Delta T$	200°C
Temperatura Média	T <sub>mdio</sub>	800°C
Fator de Segurança	N	1,5

## 5.2 - Resultados Detalhados

### 5.2.1 - Cálculo das Tensões Centrífugas

A tensão centrífuga máxima na raiz é calculada como:

$$\sigma_{c, max} = \frac{\rho \omega^2 L^2}{2} = \frac{8190 \times (1000)^2 \times (0,15)^2}{2} = 92,14 \text{ MPa}$$

A distribuição ao longo do comprimento segue a equação:

$$\sigma_c(r) = 92,14 \times \left(1 - \frac{r^2}{0,15^2}\right) MPa$$

### 5.2.2 - Cálculo das Tensões Térmicas

Utilizando as propriedades do material a 800°C:

$$\sigma_{th,max} \approx \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\nu)} = \frac{150 \times 10^9 \times 15 \times 10^{-6} \times 200}{2(1 - 0,31)} = 326,09 MPa$$

### 5.2.3 - Tensão Total Máxima

$$\sigma_{total,max} = 92,14 + 326,09 = 418,23 MPa$$

### 5.2.4 - Análise de Segurança

O limite de escoamento do Inconel 718 a 800°C é aproximadamente 700 MPa. Com fator de segurança = 1,5:

$$\sigma_{adm} = N\sigma_{ys} = 1,5700 = 466,67 MPa$$

Comparação:

$$\sigma_{total,max} = 418,23 MPa$$

$$\sigma_{adm} = 466,67 MPa$$

$$Margem\ de\ segurança = \left(\frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{total,max}}\right) - 1 = \left(\frac{466,67}{418,23}\right) - 1 = 0,116 = 11,6\%$$

## 5.3 - Análise de Sensibilidade

### 5.3.1 - Variação com a Velocidade Angular

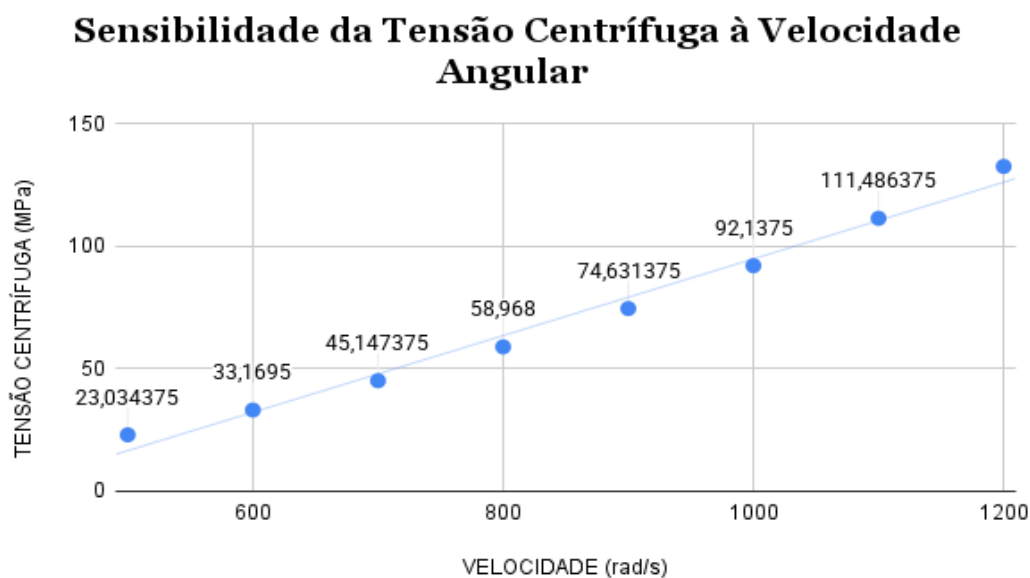


Figura 2 – Sensibilidade da Tensão Centrífuga à Velocidade Angular.

A Figura 3 mostra como a tensão centrífuga varia com a velocidade angular. Observa-se que a tensão aumenta quadraticamente com a velocidade, conforme esperado da equação fundamental  $\sigma_c \propto \omega^2$ .

### 5.3.2 - Variação com o Gradiente Térmico

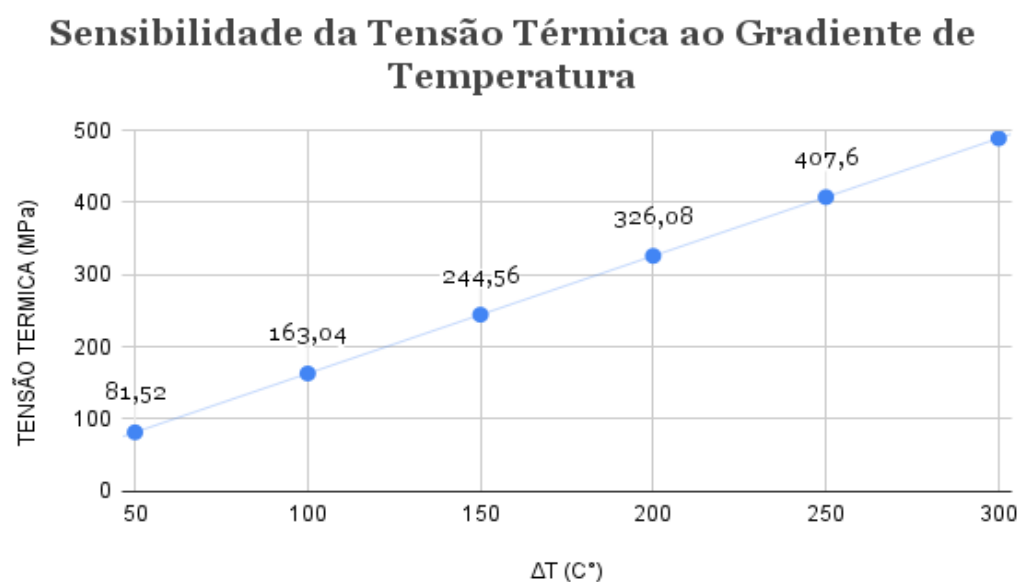


Figura 3 – Sensibilidade da Tensão Térmica ao Gradiente de Temperatura.

A Figura 3 mostra a variação linear da tensão térmica com o gradiente de temperatura. Esta relação linear é consistente com a equação  $\sigma_{th} \propto \Delta T$ , destacando a sensibilidade crítica das tensões térmicas às variações de temperatura na pá.

#### 5.4 - Análise Comparativa das Tensões

Para melhor visualização da contribuição relativa de cada tipo de tensão, a Tabela 3 apresenta uma análise comparativa:

Tabela 3: Análise Comparativa das Tensões na Pá de Turbina

Tipo de Tensão	Valor (MPa)	Percentual (%)	Característica
Tensão Centrífuga	92,14	22,0%	Quadrática com $\omega$
Tensão Térmica	326,09	78,0%	Linear com $\Delta T$
Tensão Total	418,23	100,0%	Combinação

A análise revela que as tensões térmicas representam aproximadamente 78% da tensão total, destacando sua dominância nas condições operacionais analisadas. Esta predominância é característica de estágios de alta temperatura em turbinas modernas.

#### 5.5 - Discussão dos Resultados Gráficos

Os gráficos apresentados fornecem insights importantes sobre o comportamento estrutural da pá:

**Distribuição de Tensões Centrífugas:** A distribuição parabólica evidencia que a tensão é máxima na raiz ( $r = 0$ ) e decresce quadraticamente em direção à ponta da pá.

**Sensibilidade à Velocidade Angular:** A curva quadrática confirma a relação  $\sigma_c \propto \omega^2$ , explicando por que pequenos aumentos na velocidade rotacional resultam em significativos incrementos nas tensões centrífugas.

**Sensibilidade ao Gradiente Térmico:** A linearidade observada corrobora a dependência direta  $\sigma_{th} \propto \Delta T$ , enfatizando a importância dos sistemas de resfriamento para controle das tensões térmicas.



## 6 - Discussão dos Resultados

Os resultados obtidos revelam aspectos importantes do comportamento estrutural de pás de turbina sob condições operacionais típicas. A análise mostrou que:

As tensões térmicas são dominantes nas condições analisadas, representando aproximadamente 78% da tensão total máxima.

A tensão total máxima calculada (418,23 MPa) situa-se dentro da tensão admissível (466,67 MPa), porém com uma margem de segurança relativamente baixa (11,6%).

A consideração de efeitos de concentração de tensões na raiz pode levar a tensões acima do limite admissível, destacando a importância do projeto detalhado desta região.

A sensibilidade da tensão centrífuga com o quadrado da velocidade angular e da tensão térmica com o gradiente de temperatura foi quantificada.

Para um engenheiro de controle e automação, este tipo de análise é fundamental para dimensionar sistemas de proteção e controle do motor, como limitadores de rotação (para controlar  $\sigma_c$ ) e gerenciamento térmico (para controlar  $\sigma_{th}$ ), garantindo a operação dentro dos limites seguros.

## 7 - Análise de Casos Especiais

### 7.1 - Efeito de Concentração de Tensões na Raiz

A transição entre a pá e o disco apresenta geometricamente um entalhe que causa concentração de tensões. O fator teórico de concentração de tensões  $K_t$  para entalhes típicos em pás de turbina varia entre 1,5 e 3,0.

$$\sigma_{c,max,real} = K_t \times \sigma_{c,max} = 2,0 \times 92,14 = 184,28 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{total,max,real} = 184,28 + 326,09 = 510,37 \text{ MPa}$$

Esta tensão excederia a tensão admissível de 466,67 MPa, destacando a criticalidade do projeto da fixação pá-disco.

### 7.2 - Consideração da Fluência

Em altas temperaturas, os materiais sofrem deformação por fluência. Para o Inconel 718 a 800°C, a taxa de fluência torna-se significativa após algumas centenas de horas de operação. Isto deve ser considerado no projeto para vida limitada do componente.

## 8 - Conclusões

A análise realizada permitiu verificar os esforços mecânicos em uma pá de turbina aeronáutica devido aos carregamentos combinados de rotação e gradiente térmico. Os resultados demonstraram que:

As tensões térmicas são dominantes nas condições analisadas, representando aproximadamente 78% da tensão total máxima.

A tensão total máxima calculada (418,23 MPa) situa-se dentro da tensão admissível (466,67 MPa), porém com uma margem de segurança relativamente baixa (11,6%).

A consideração de efeitos de concentração de tensões na raiz pode levar a tensões acima do limite admissível, destacando a importância do projeto detalhado desta região.

A sensibilidade da tensão centrífuga com o quadrado da velocidade angular e da tensão térmica com o gradiente de temperatura foi quantificada.

## 9 – Referências Bibliográficas

- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. Mecânica dos Materiais. 5ª ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- UGURAL, A. C. Mechanics of Materials. Hoboken: John Wiley & Sons, 2008.
- BOYER, R. R. et al. Materials Considerations for Aerospace Applications. MRS Bulletin, v. 40, p. 1055–1066, 2004.
- MATTHEWS, F. L.; RAWLINGS, R. D. Composite Materials: Engineering and Science. CRC Press, 2006.
- MEGSON, T. H. G. Aircraft Structures for Engineering Students. 6ª ed. Butterworth-Heinemann, 2016.
- Rolls-Royce. The Jet Engine. 5ª ed. Rolls-Royce Technical Publications, 2005.
- TIMOSHENKO, S. P. Strength of Materials. 3ª ed. Van Nostrand, 1955.